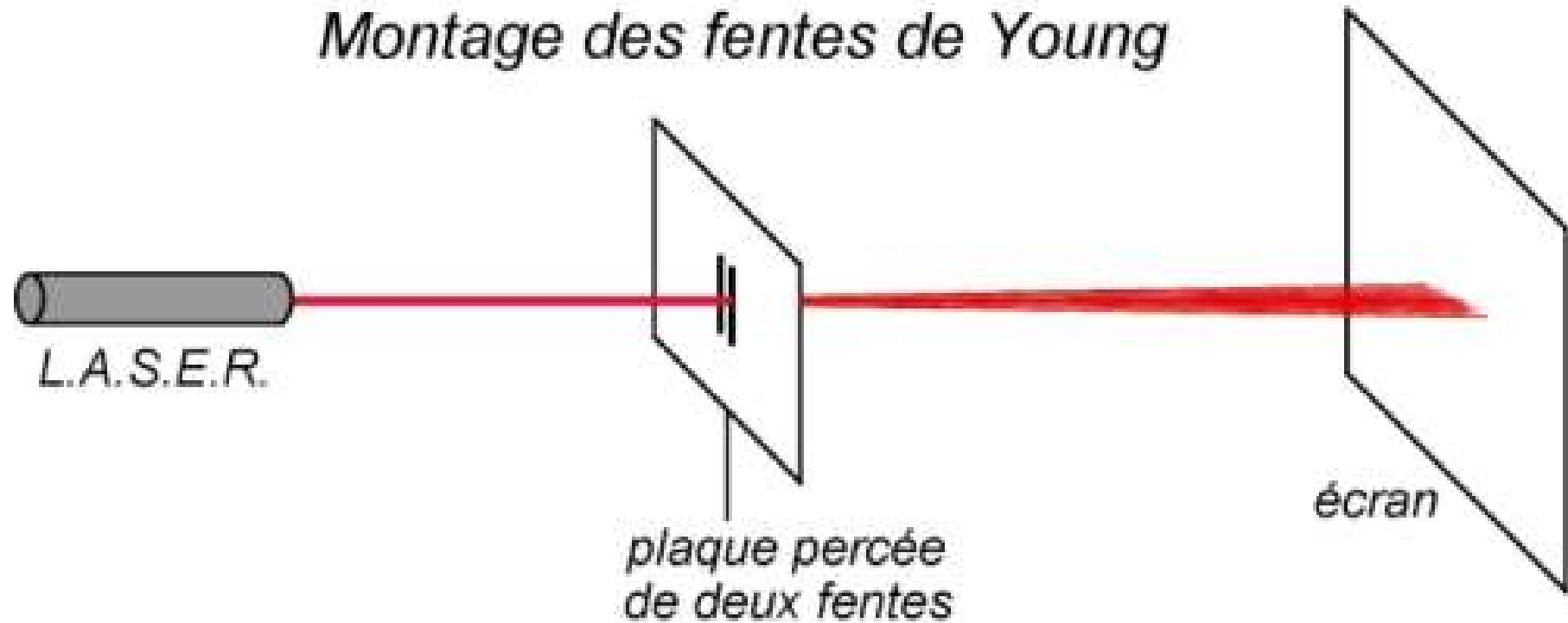


La science quantique

Une vision singulière

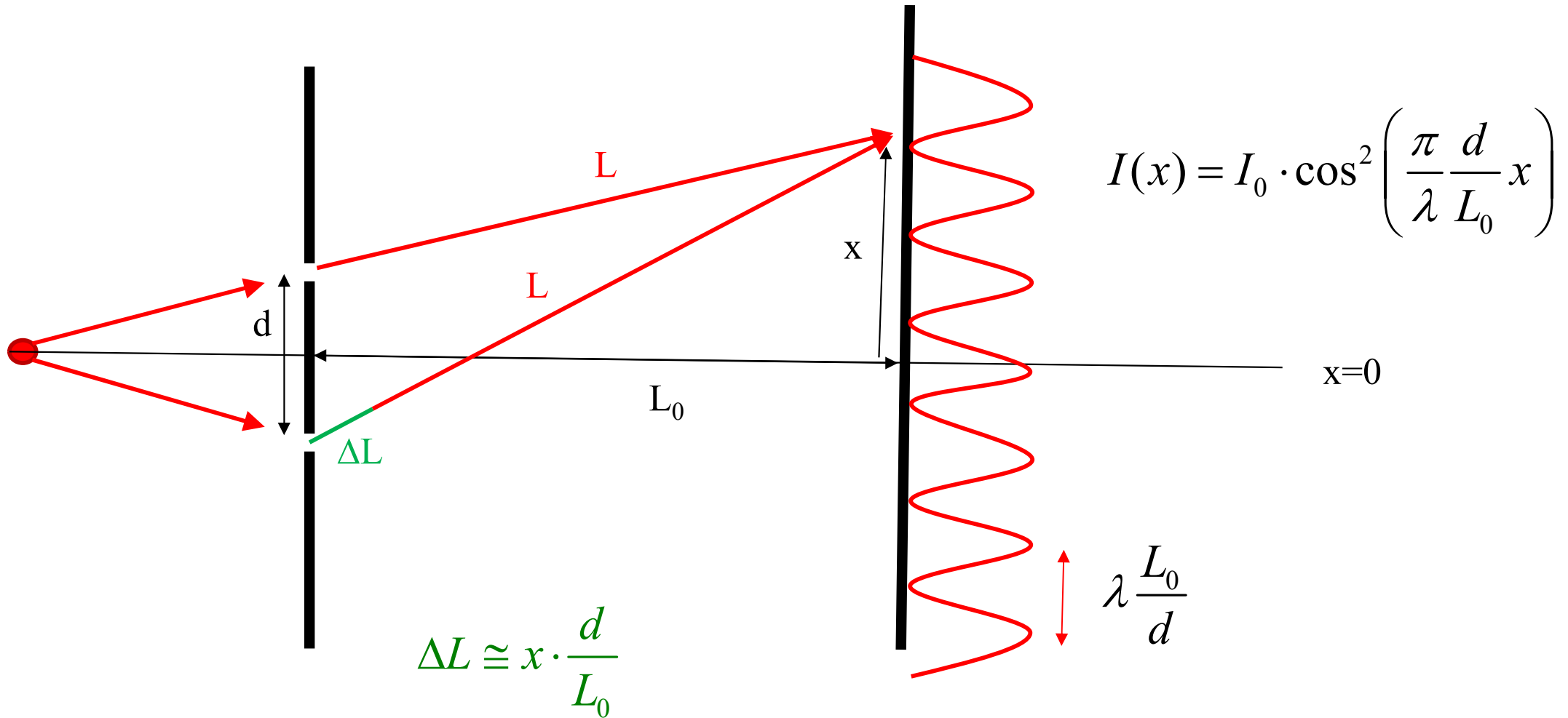
I) Le photon

P.A. Besse



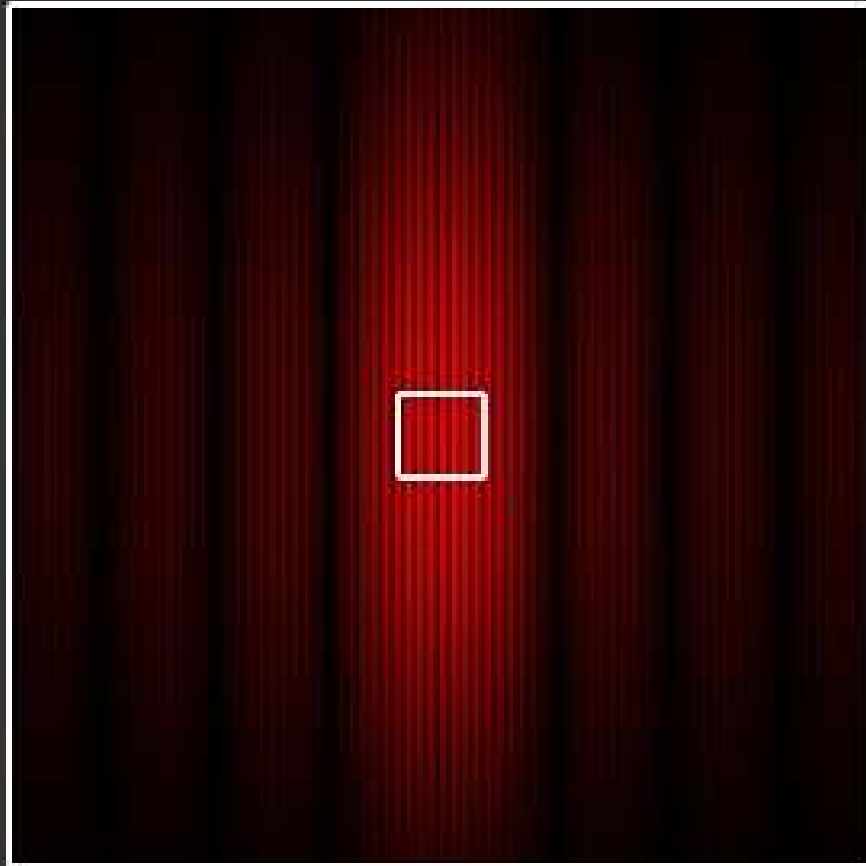
<https://www.maxicours.com/se/cours/interferences-photon-par-photon-particule-par-particule/>

Interférences: fentes de Young

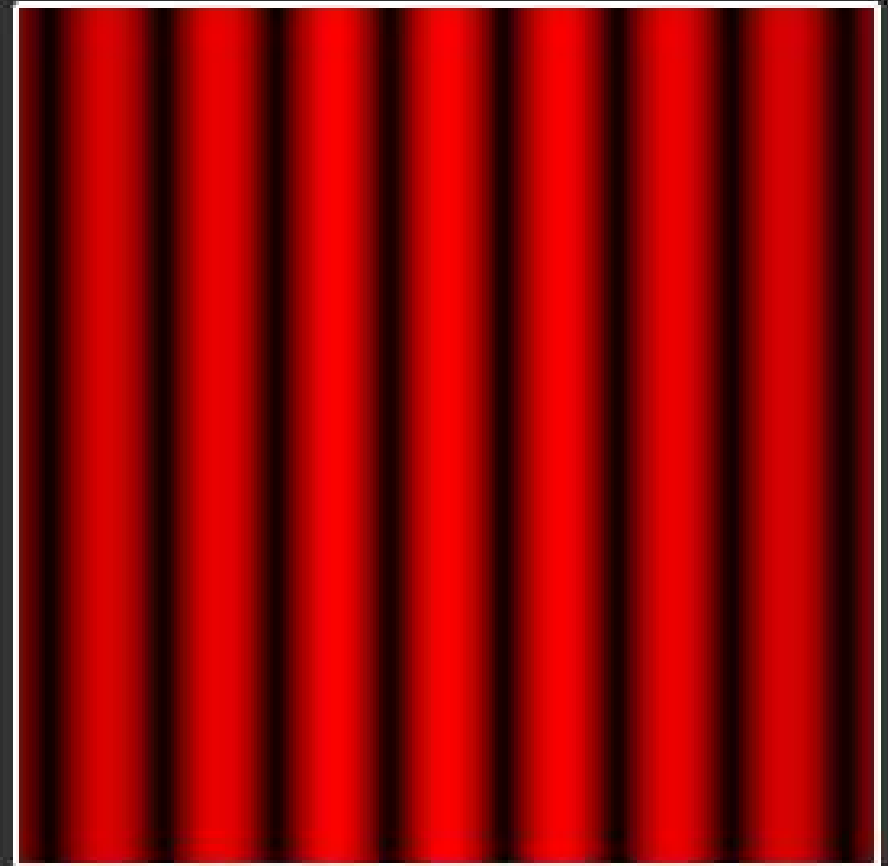


Interférences: «la lumière est une onde»

Figure d'interférences par fentes de Young



Grossissement de la figure (carré blanc)



<https://www.maxicours.com/se/cours/interferences-photon-par-photon-particule-par-particule/>

<https://www.youtube.com/watch?v=tc6V9B7YjtU>

$$\text{div}(\vec{D}) = \rho$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

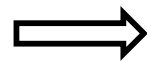
$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}$$

$$\text{rot}[\text{rot}(\vec{V})] = \text{grad}[\text{div}(\vec{V})] - \nabla^2 \vec{V}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 - \vec{M}$$



$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

Dans le vide

$$\rho = 0 \quad \vec{P} = 0$$

$$\vec{j} = 0 \quad \vec{M} = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial (ct)^2} \vec{E} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{E} = 0$$

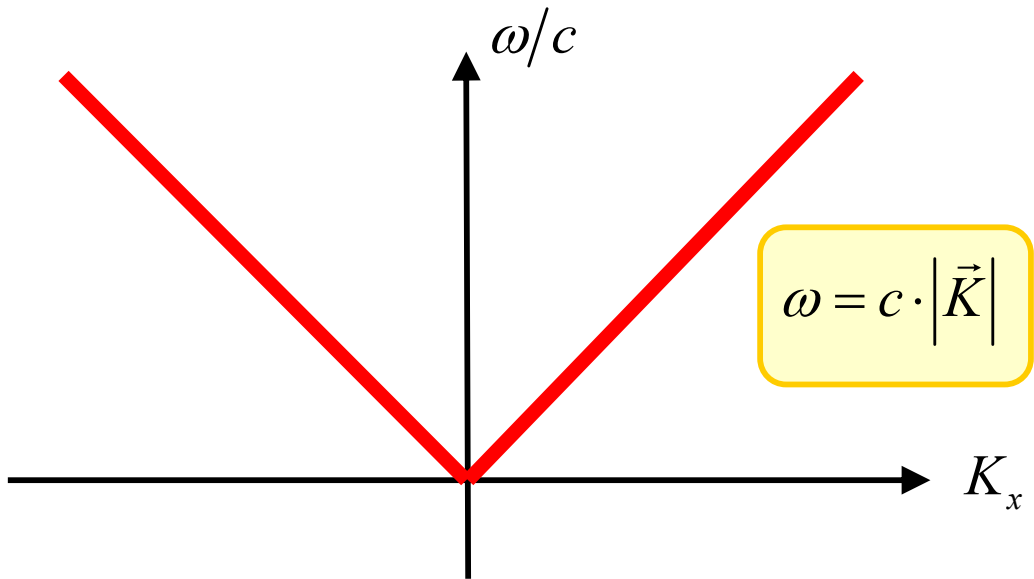
$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

$$\omega = c \cdot \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}$$

Vitesse de phase: $|v_{ph}| = \omega / |\vec{K}|$

Vitesse de groupe: $|v_G| = \frac{\partial \omega}{\partial |\vec{K}|}$

$$|v_{ph}| = |v_G| \equiv c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



$$\omega = c \cdot |\vec{K}|$$

Fonctions d'onde:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \vec{B}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

Relation de dispersion:

$$\omega = c \cdot |\vec{K}| \Rightarrow \lambda \cdot \nu = c$$

Equations d'onde:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Fréquence de l'onde} \\ \text{Vecteur d'onde} \end{array}$$

«quadri-vecteur»

«La lumière est une onde»



MAIS (vers 1900):

- corps noir ...
- effet photoélectrique



Apparition d'un courant électrique que si la longueur d'onde est inférieure à une certaine valeur

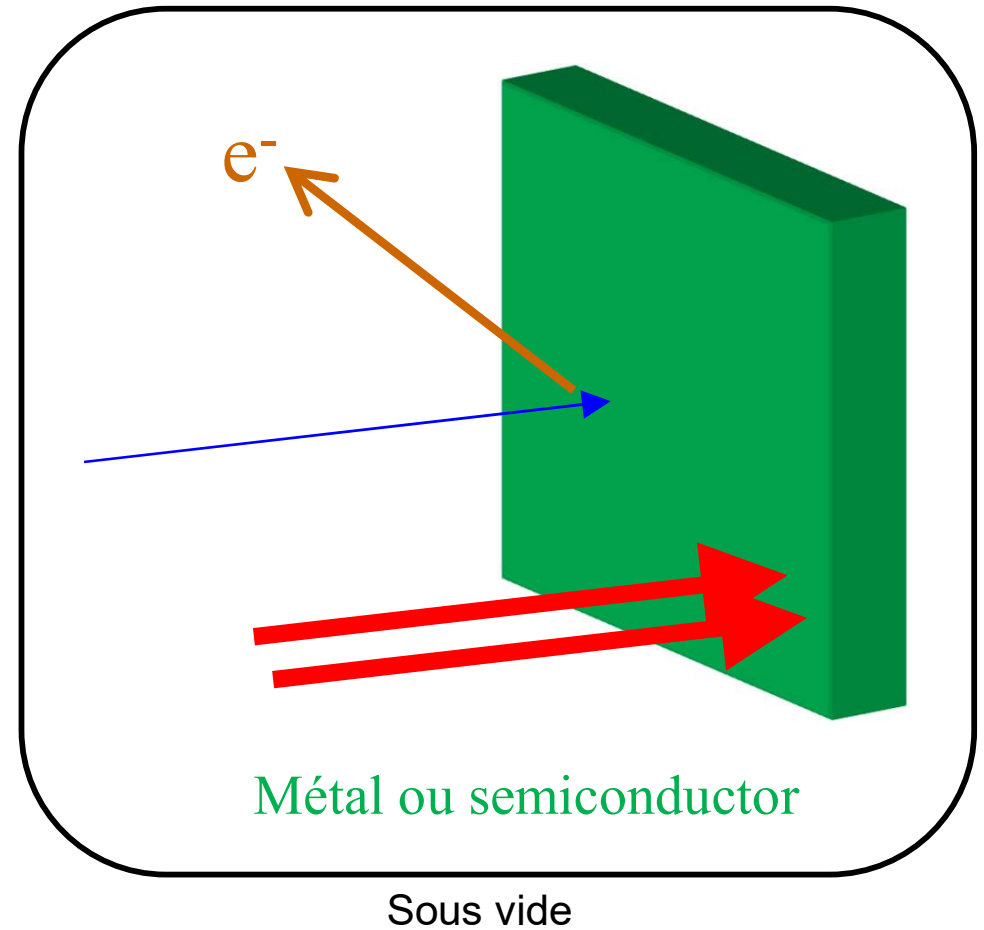


Expérience:

Von Lenard: Nobel Prize 1905

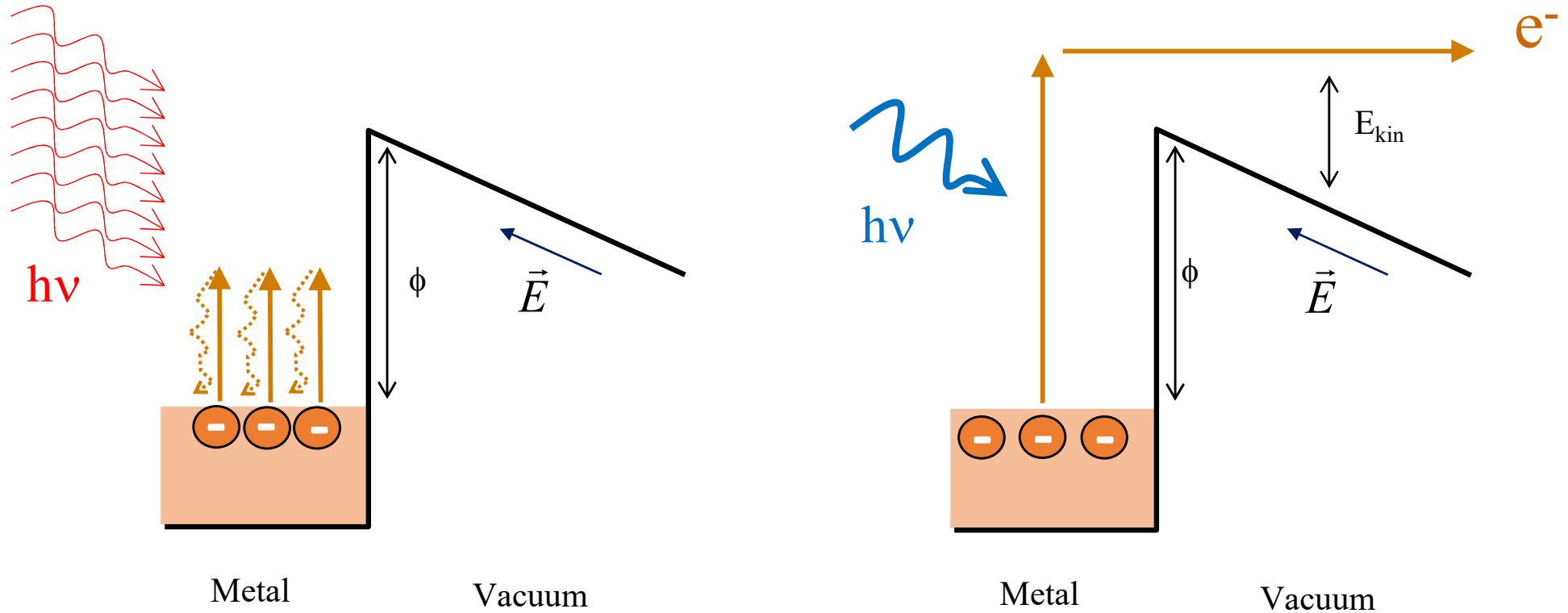
Explication:

A. Einstein: Nobel Prize 1921



Effet photoélectrique: explication

la lumière est un flux de particules !



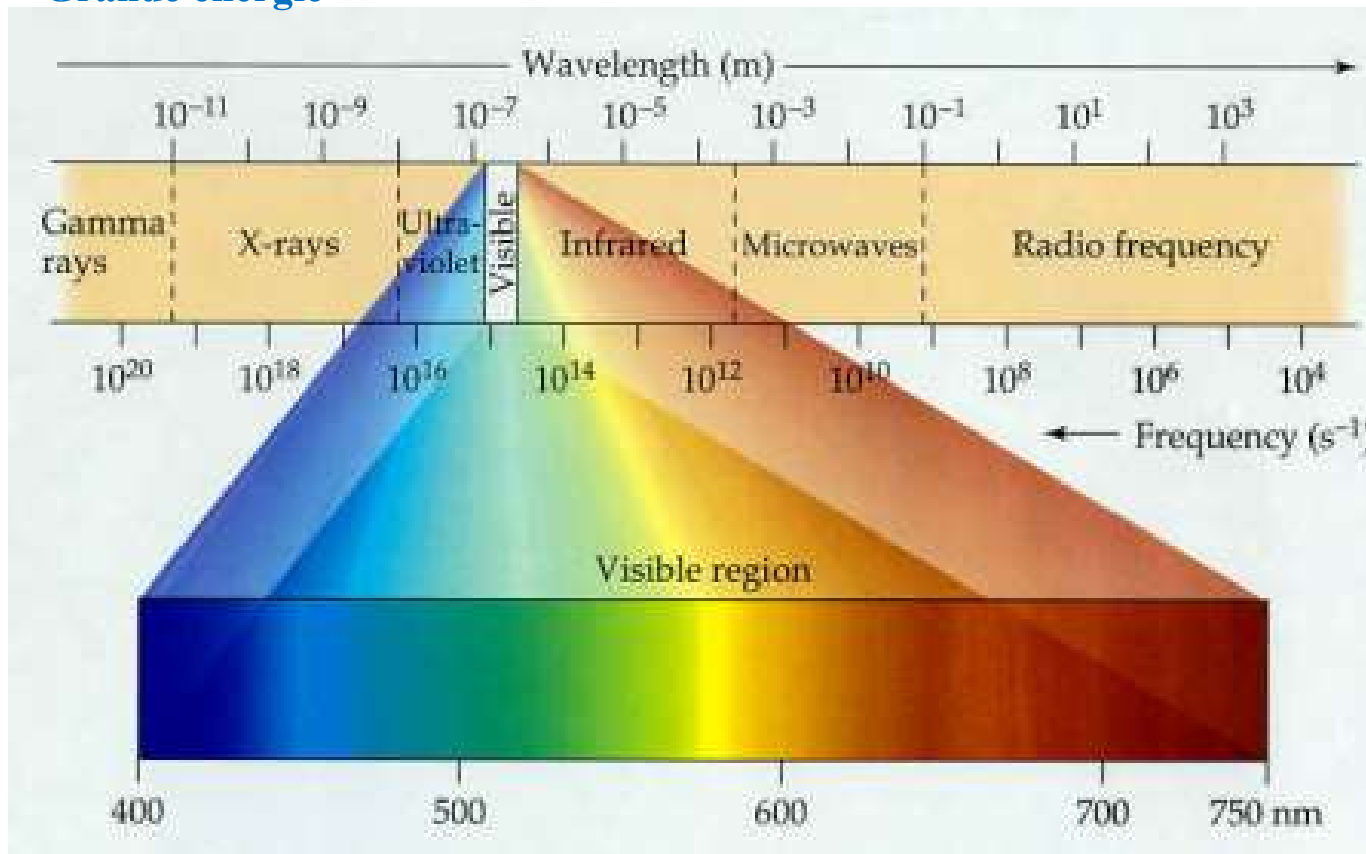
Relation de Planck:
(explication du corps noir)

$$E = \hbar \cdot \omega$$

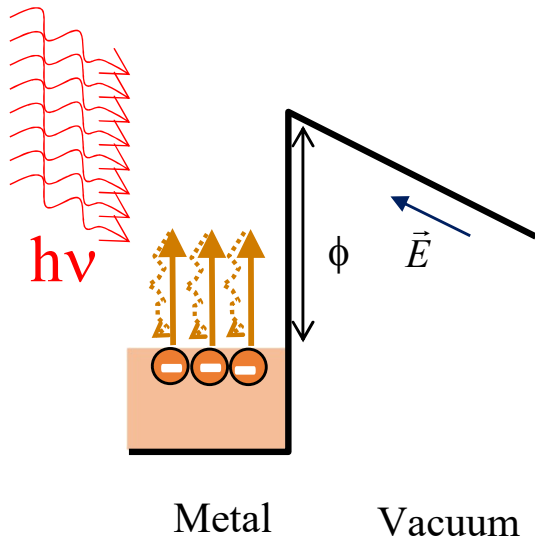
Rappel: spectre de la lumière

Petite longueur d'onde
Grande énergie

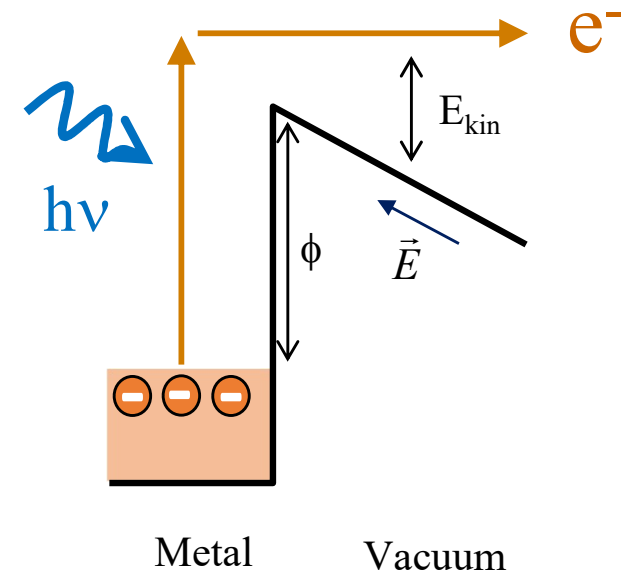
Grande longueur d'onde
Faible énergie



$$E_{\gamma} = \hbar \cdot \omega = \hbar \cdot c \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$



$$E = \hbar \cdot \omega$$

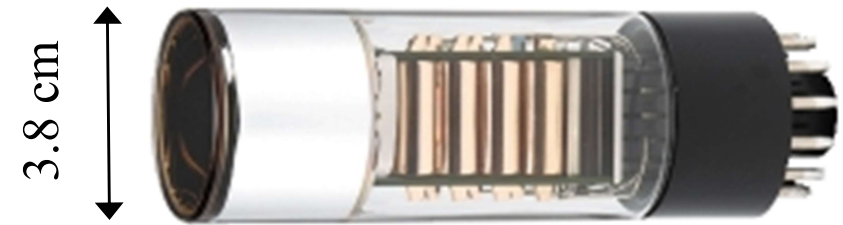
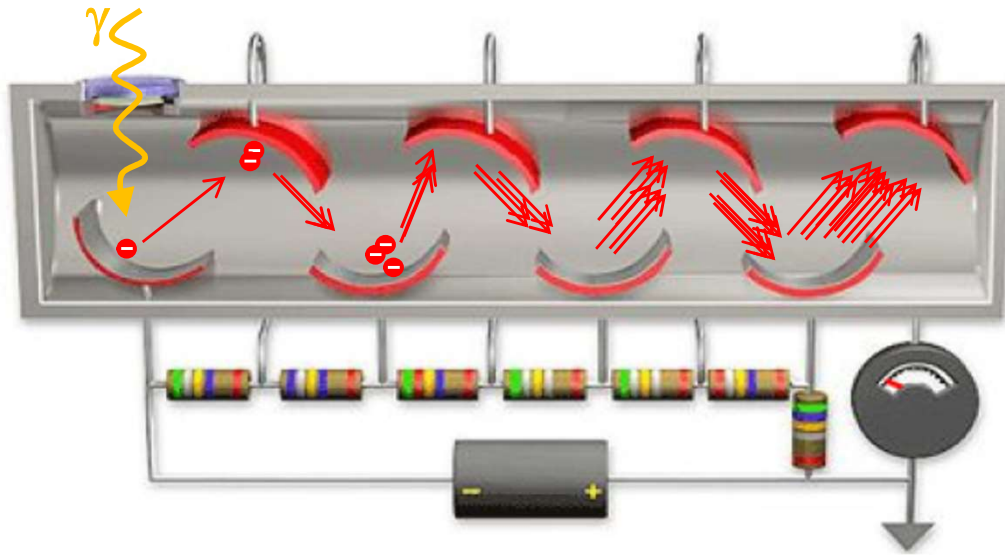


Chauffage par IR



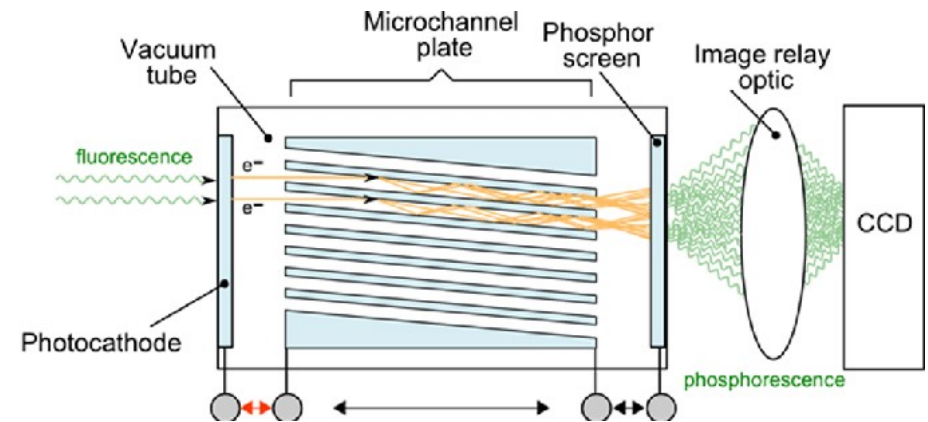
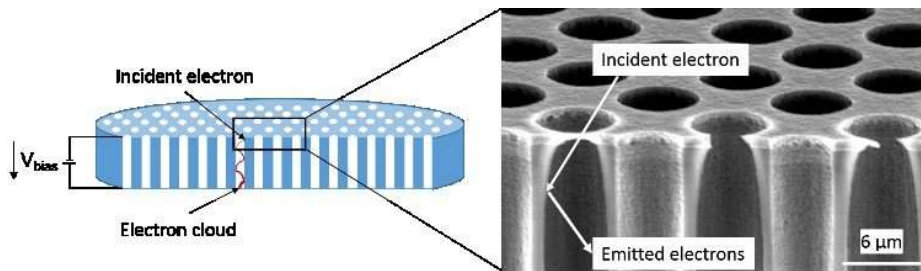
Bronzage dû aux UV

Photo-Multiplier Tube (PMT)



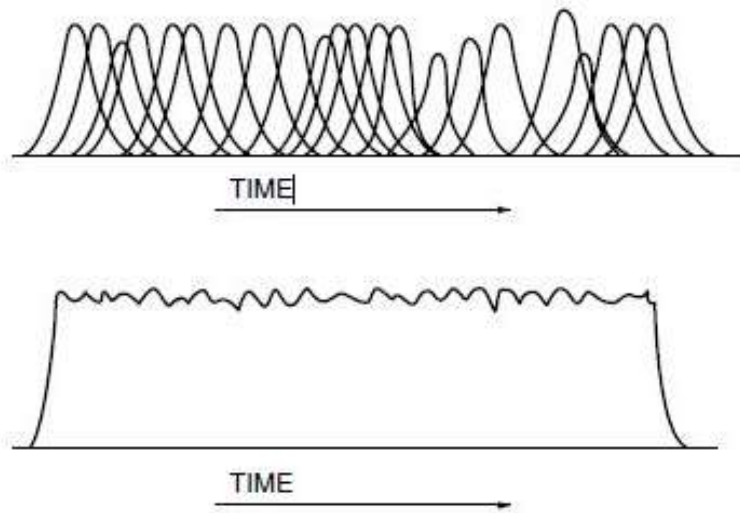
Hamamatsu R580

1Mpix PMT camera (Micro Channel Plate)

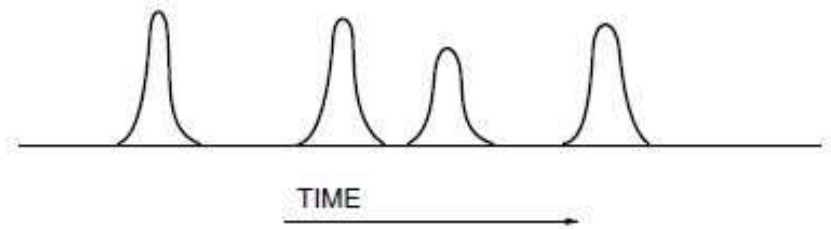


PMT: Pulse Trains and Output Signal

Signal with medium illumination



Signal with very weak illumination



Hamamatsu Catalog: Photomultiplier tubes and related products

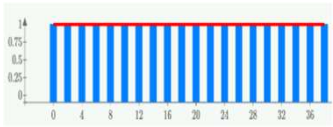
Beam splitter en transmission

Mesures singulières et moyenne

!! Chaque mesure fait collapser l'onde !! \Rightarrow La moyenne résulte d'un grand nombre de collapses

Moyenne:

Mesures singulières:

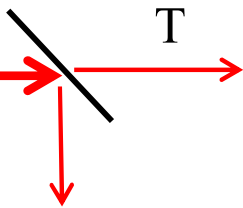


20

Single photon



BS



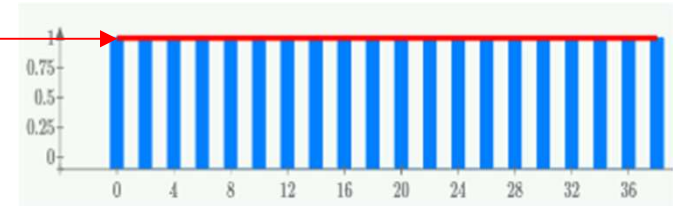
T



SPD 1

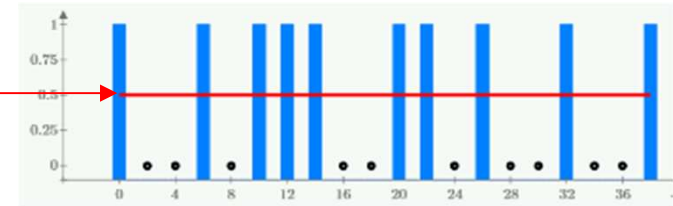
1-T

T=1



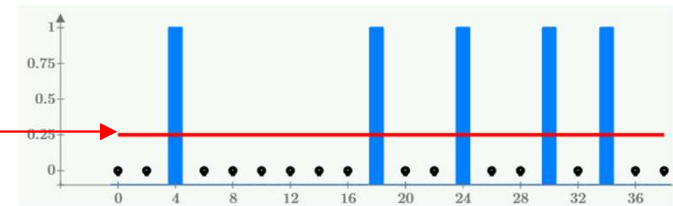
20/20

T=0.5



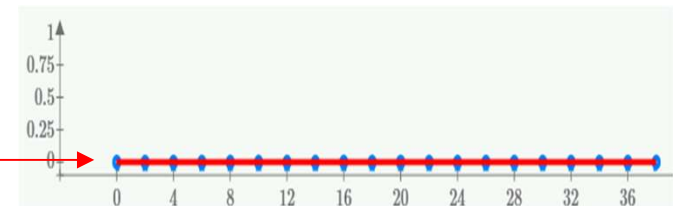
10/20

T=0.25

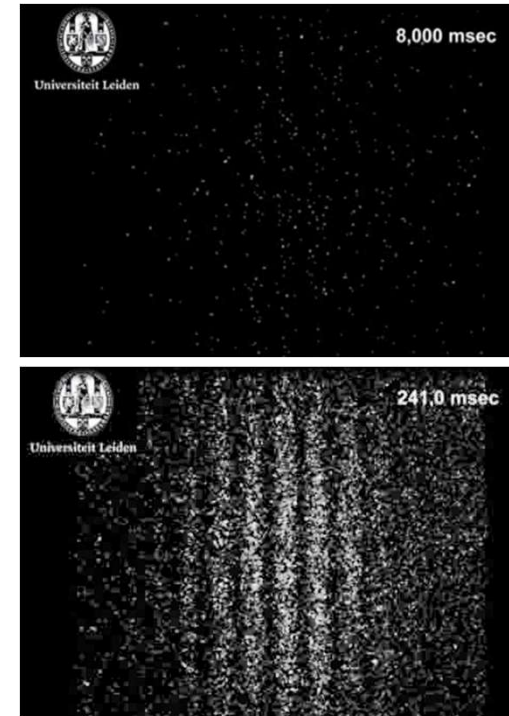
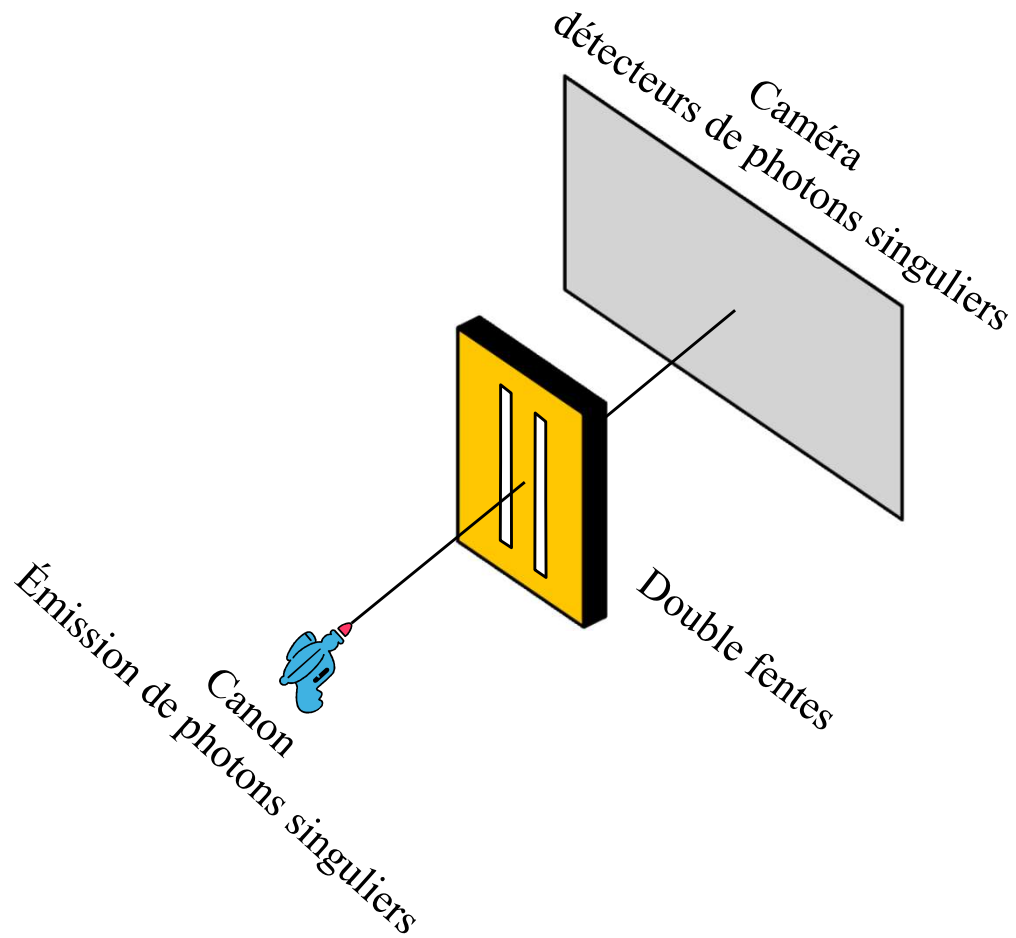


5/20

T=0



0/20



D. Dykstra, Leiden University, 2008

<http://www.youtube.com/watch?v=MbLzh1Y9POQ>

- **Un seul détecteur réagit à la fois**
- **Les lignes d'interférences se retrouvent dans l'histogramme**

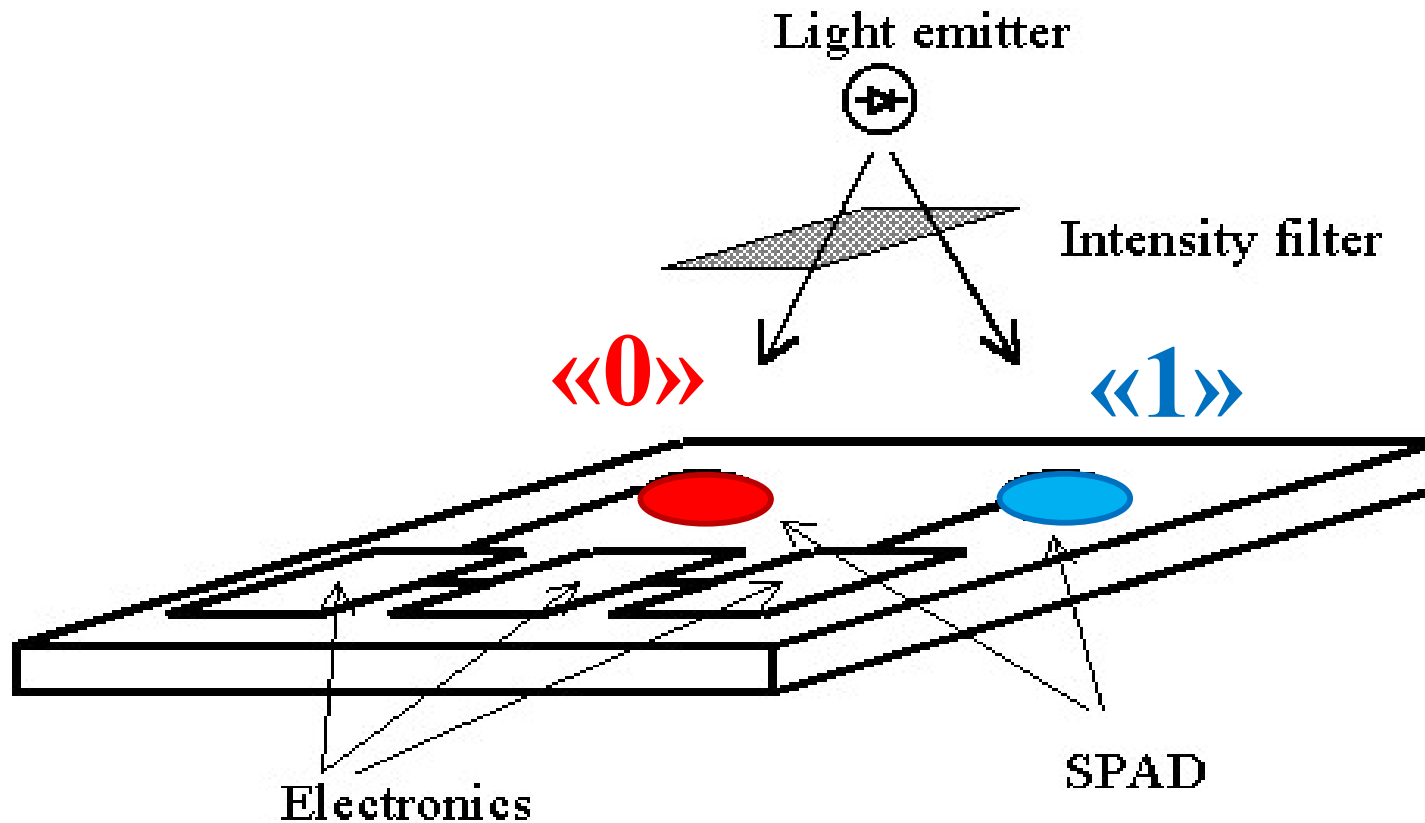
Vision «particule»

Problème: **Comment une seule particule (locale) peut-elle connaître la présence des deux fentes ?**

Vision «ondulatoire»:

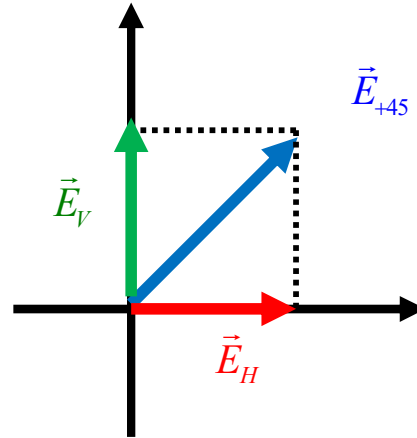
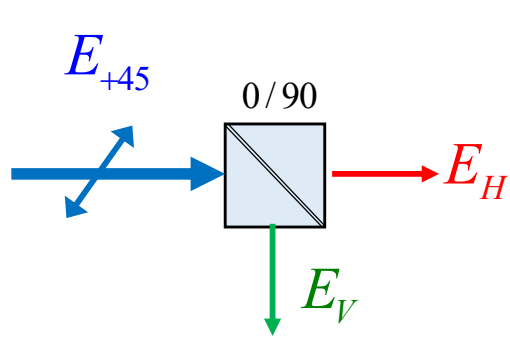
Problème: **Comment expliquer la projection de l'onde (globale) sur un seul détecteur (local) ? «Collapse de l'onde»**

3^{ème} expérience: Quantum Random Number Generator

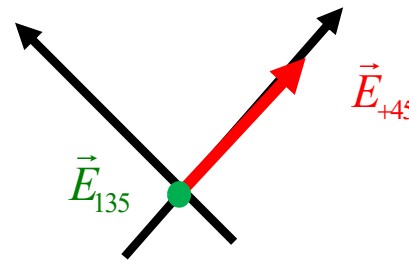
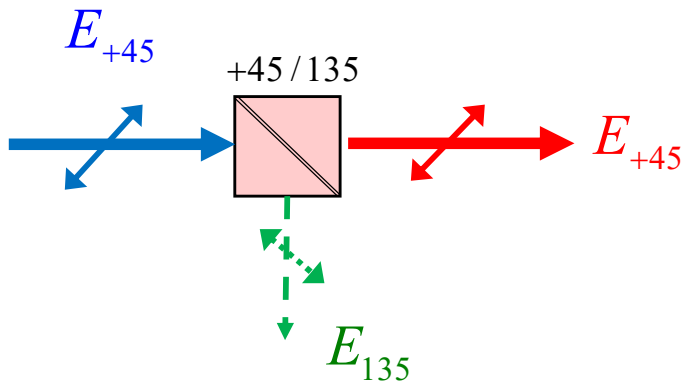


CTI project with IdQuantique SA, Genève.

4^{ème} expérience: Polarisation: vision classique



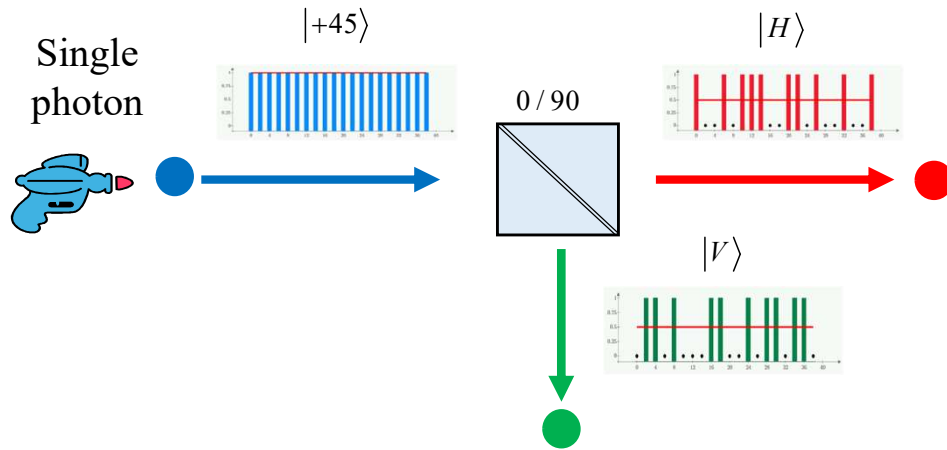
$$\vec{E}_{+45} = \vec{E}_H + \vec{E}_V$$



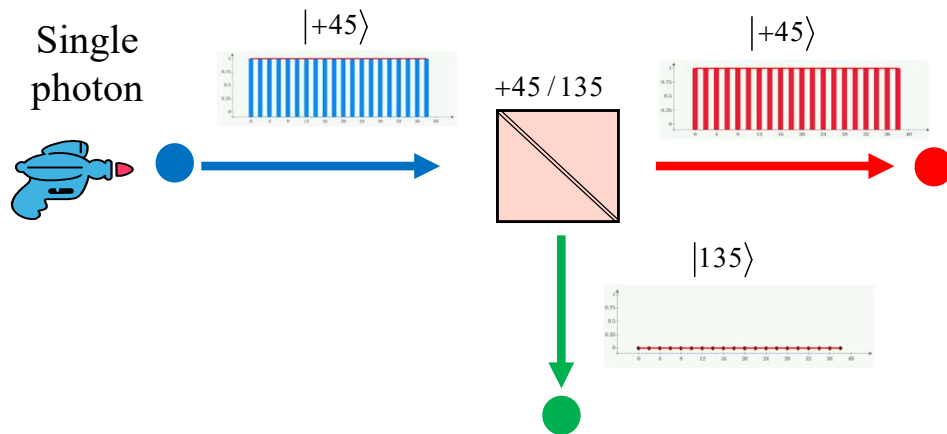
$$\vec{E}_{+45} = \vec{E}_{+45} + \vec{E}_{135}$$

Le champ électrique entrant se projette et se décompose
et selon les axes de base de l'appareil de mesure.

Polarisation: vision quantique: single photon



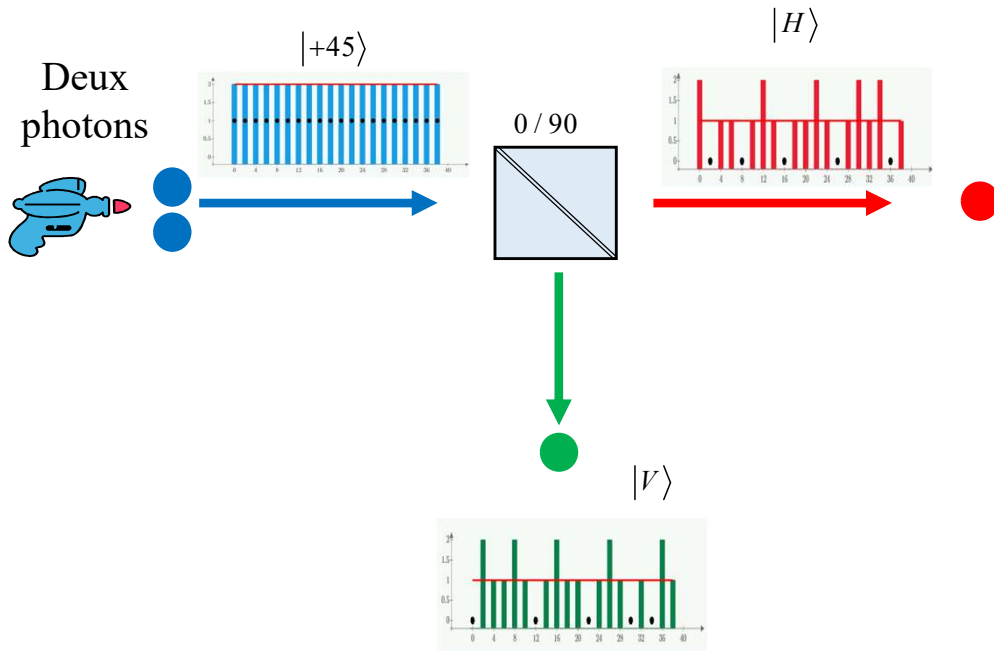
$$|+45\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |H\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |V\rangle$$



$$|+45\rangle = 1 \cdot |+45\rangle + 0 \cdot |135\rangle$$

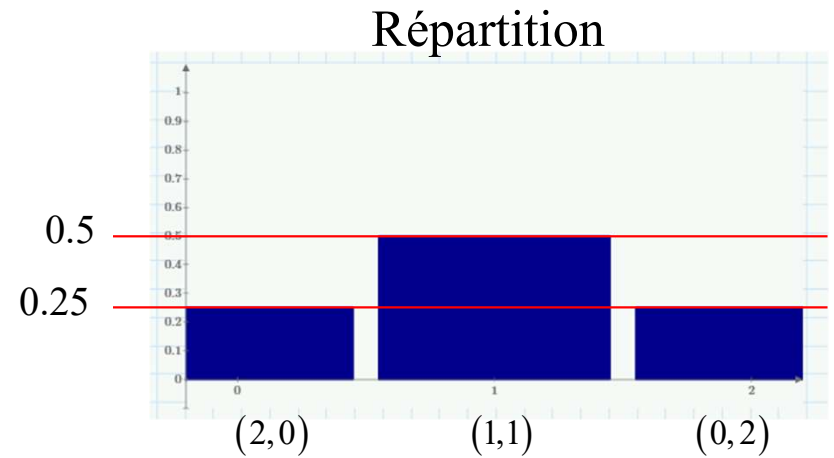
Les photons entrants se répartissent et se transforment en photons de base de l'appareil de mesure.

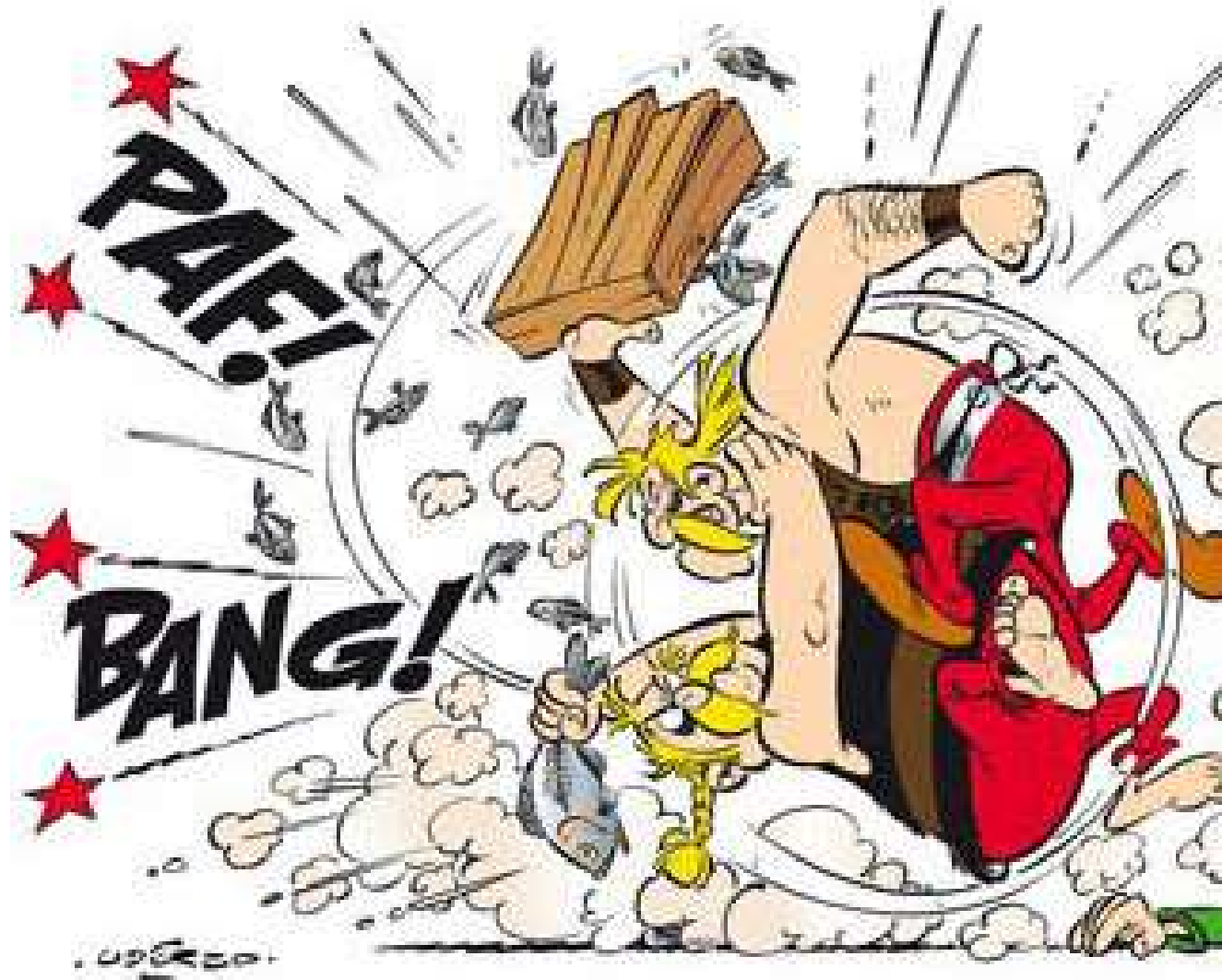
Polarisation: vision quantique: deux photons identiques et simultanés



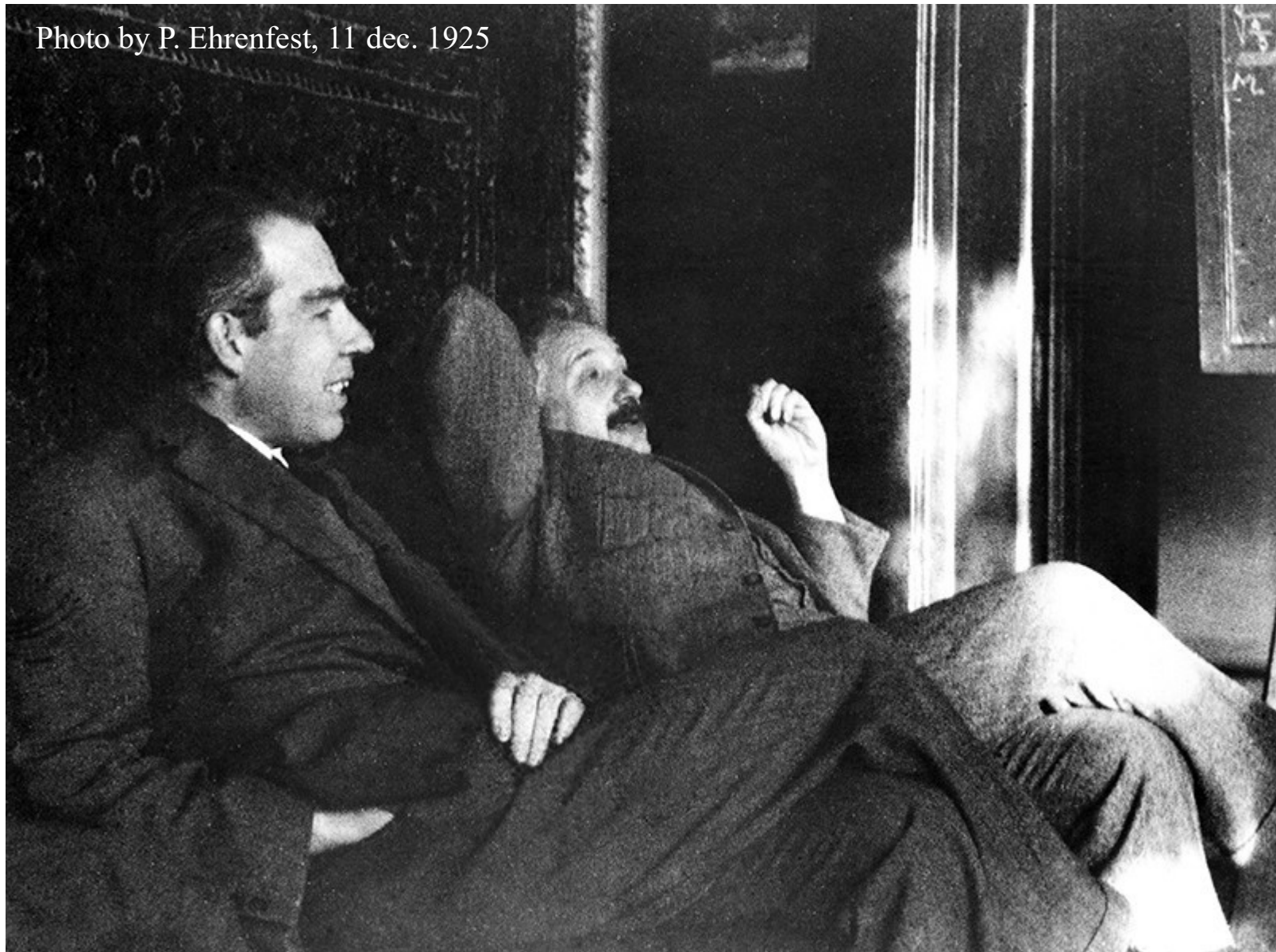
??? Quelle explication ???

→ Chapitre 10





Uderzo: Cetautomatix / Ordralfabetix



Vision déterministe (Einstein):

(théorie de l'onde pilote et du potentiel quantique, De Broglie, Bohm)

God does not throw dice

- Avant la mesure, la particule est déjà déterminée mais elle nous est encore inconnue.
- La mesure nous révèle certaines de ses caractéristiques déterminées à l'avance.

Vision «probabiliste» (Bohr):**Stop telling God what to do**

- Avant la mesure le système physique n'est constitué que d'ondes de probabilités et la notion de particule n'a pas de sens.
- La mesure seule donne un sens à la notion de photon qui n'existe qu'une fois la mesure effectuée.

Avant la mesure la lumière est une onde de probabilité décrite par une fonction d'onde: une superposition d'états (un «paquet d'ondes»).

Son intensité (carré de sa norme) donne la probabilité de détecter un photon en un point de l'espace

**Lorsqu'elle interagit avec la matière,
l'onde lumineuse «collapse» et
se projette sur un mode propre du détecteur («photon»).**

Le chat de Schroedinger: une superposition quantique

Mécanique Classique


1 : Le chat est mis dans la boîte



⌚

2 : Le temps passe

Le chat est

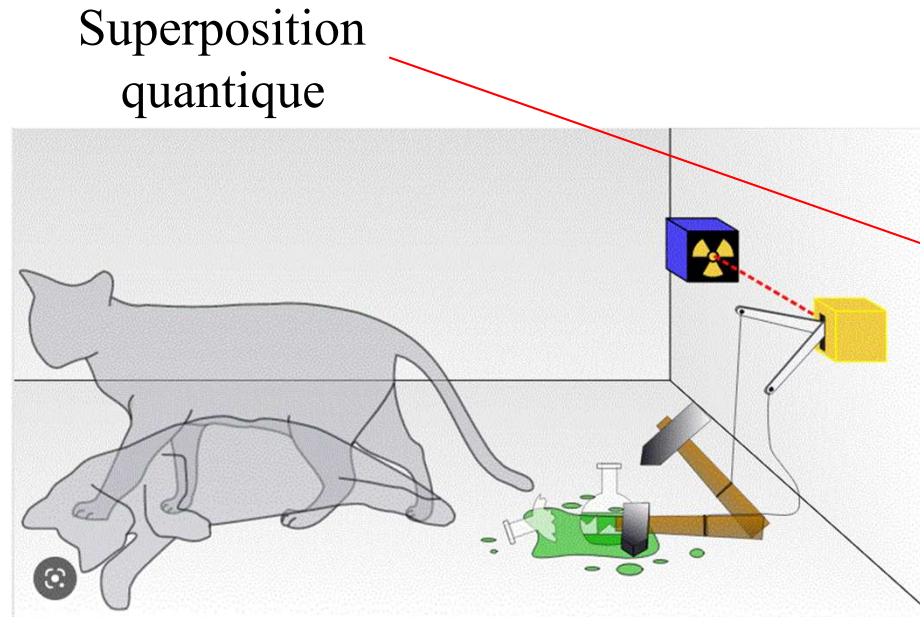


vivant

OU




mort



Mécanique Quantique


1 : Le chat est mis dans la boîte



⌚

2 : Le temps passe

Le chat est



mort ET vivant


incertitude
quantique

principe de
superposition

👁


3 : Un observateur ouvre la boîte

Le chat est



vivant

OU



mort

L'observateur fixe l'état du chat

La lumière se propage comme une onde

Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Fréquence de l'onde} \\ \text{Vecteur d'onde} \end{array}$$

«quadri-vecteur»

La lumière interagit comme une particule
(«le photon»)

Paramètres d'une particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Energie de la particule} \\ \text{Impulsion de la particule} \end{array}$$

«quadri-vecteur»

Paramètres d'une onde:

$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$ Fréquence de l'onde
 Vecteur d'onde

«quadri-vecteur»



Nobel 1918

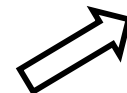
Relation de Planck

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Paramètres d'une particule:

$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$ Energie de la particule
 Impulsion de la particule

«quadri-vecteur»



Paramètres d'une onde:

$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$ Fréquence de l'onde
 Vecteur d'onde

«quadri-vecteur»



Nobel 1918

Relation de Planck

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Paramètres d'une particule:

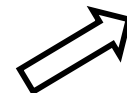
$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$ Energie de la particule
 Impulsion de la particule

«quadri-vecteur»

Relation de De Broglie



Nobel 1929



Effet Compton Choc photon - électron

a) Conservation de l'impulsion en x

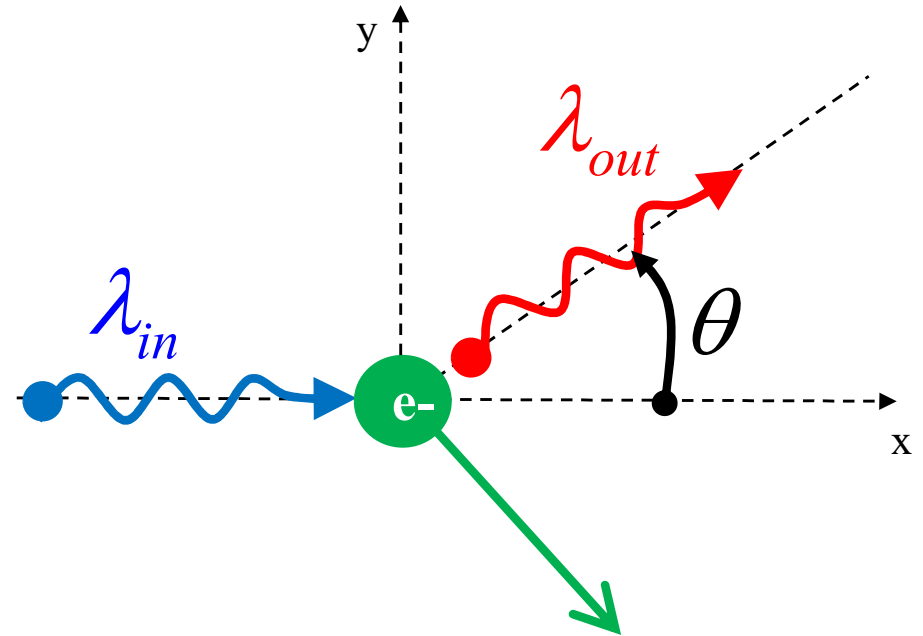
$$P_{in} - P_{out} \cos(\theta) = \Delta P_x$$

b) Conservation de l'impulsion en y

$$P_{out} \sin(\theta) = \Delta P_y$$

c) Conservation de l'énergie relativiste

$$c \cdot P_{in} + m_e c^2 = c \cdot P_{out} + \sqrt{m_e^2 c^4 + c^2 (\Delta P_x^2 + \Delta P_y^2)}$$



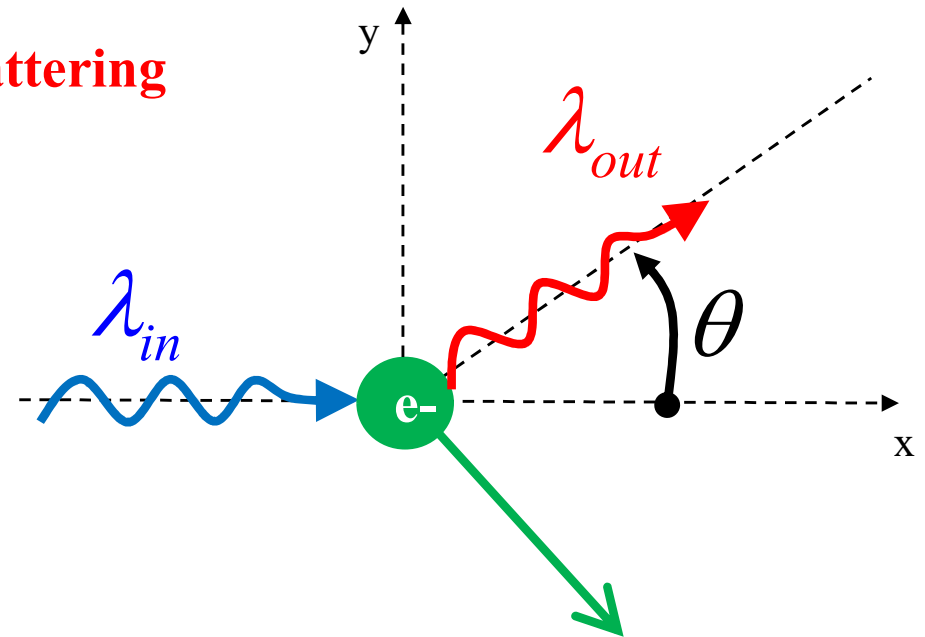
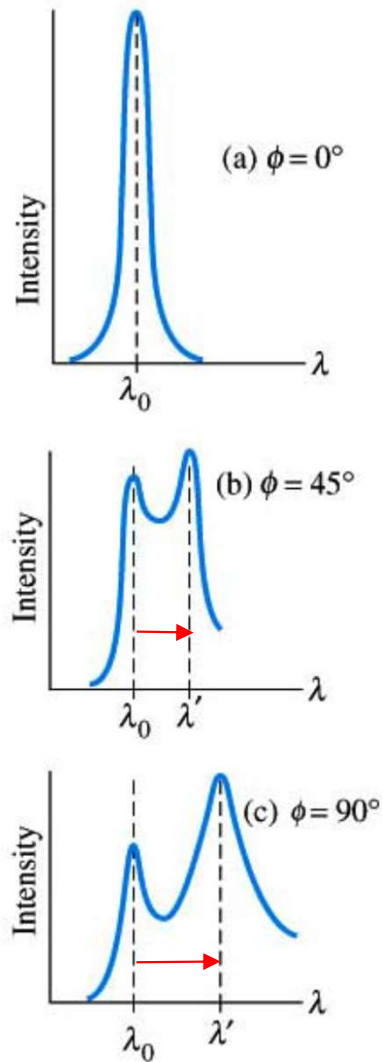
$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$



Arthur Compton, Nobel 1927

Effet Compton

L'énergie du photon diffusé dépend de l'angle de scattering



$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$

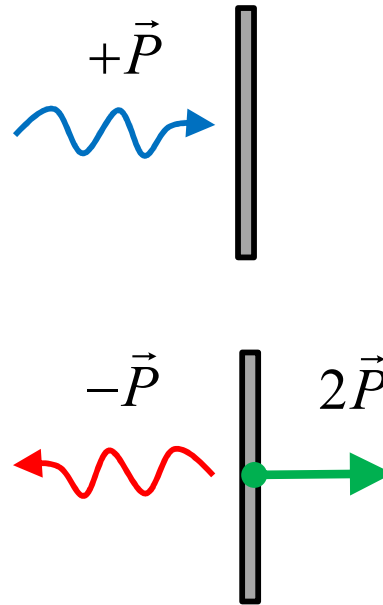
Voile solaire



- Photons
- Vent solaire

Question de réflexion

La voile a gagné en énergie !
D'où provient cette énergie



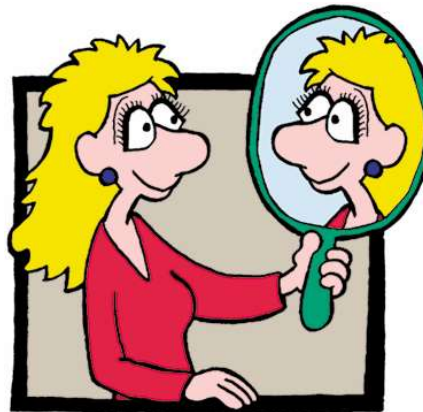
Compton

$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$



$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{M \cdot c} \cdot 2$$

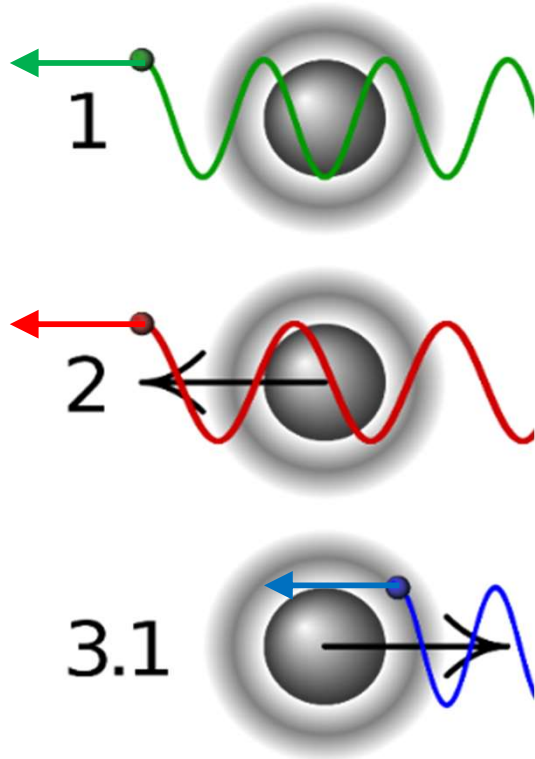
Réflexion sur un miroir ?



© 2004 persolog GmbH



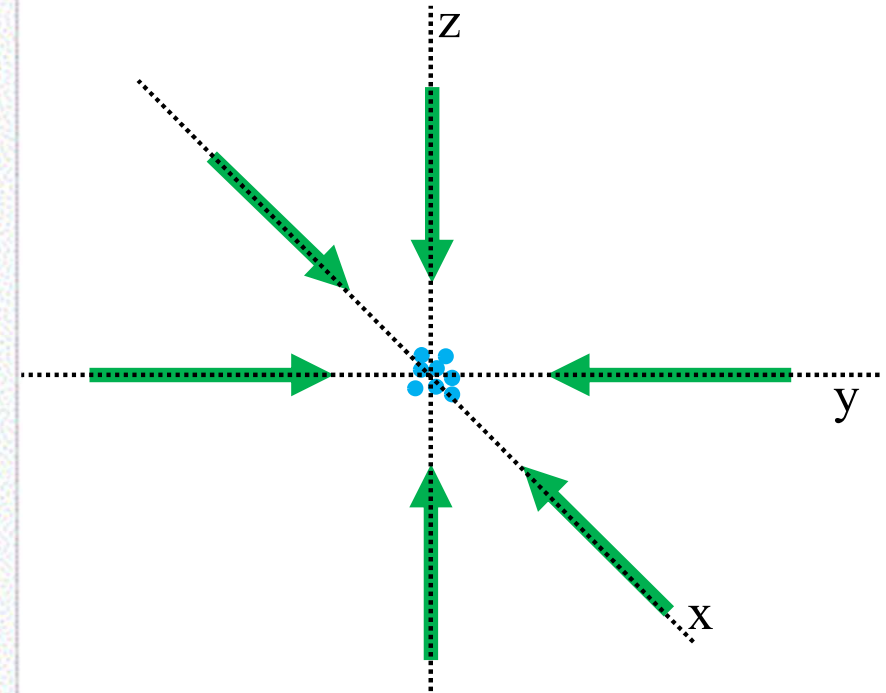
Cohen-Tannoudji, Chu et Phillips. Nobel 1997



Principe du refroidissement Doppler d'un atome:

- 1 Atome immobile: le photon incident a une fréquence plus faible que celle de la transition électronique, pas d'absorption.
- 2 Atome allant dans le même sens que le photon incident: la fréquence de ce dernier apparaît encore plus décalée vers le rouge, pas d'absorption du photon.
- 3.1 Atome allant dans le sens opposé à celui du photon incident: ce dernier a une fréquence *décalée vers le bleu*, plus proche de la fréquence de résonance, l'absorption du photon devient possible.

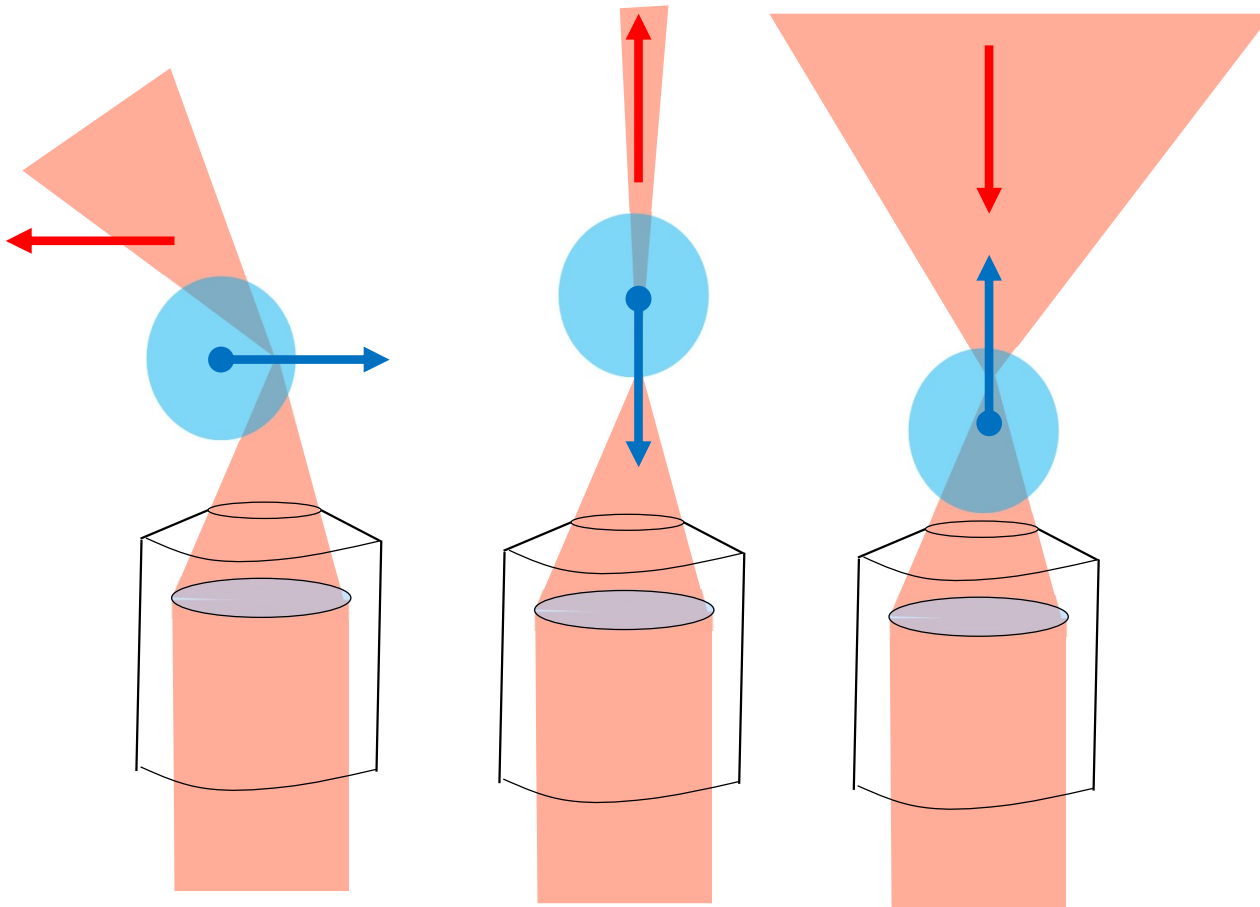
Atom trapping en 3D



Horloge atomique

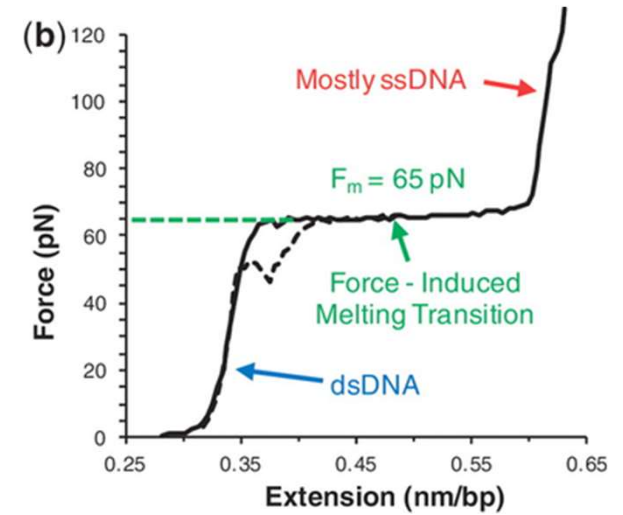
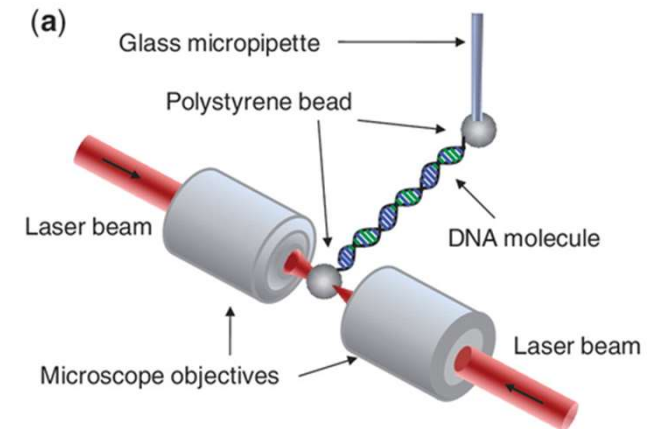
https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_Doppler

Principe: conservation de l'impulsion



La bille diélectrique est repoussée vers le point focal

Recherche sur l'ADN



Nucleic Acids Research, 2012, Vol. 40, No. 11 4925–4932

Amplitude:

$$\mu(\vec{x}, t)$$

$$\begin{aligned} & E_x, E_y, E_z \\ & D_x, D_y, D_z \\ \mu = & B_x, B_y, B_z \\ & H_x, H_y, H_z \\ & \varphi, A_x, A_y, A_z \end{aligned}$$

Relation de dispersion:

$$E^2 = c^2 \cdot (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)$$

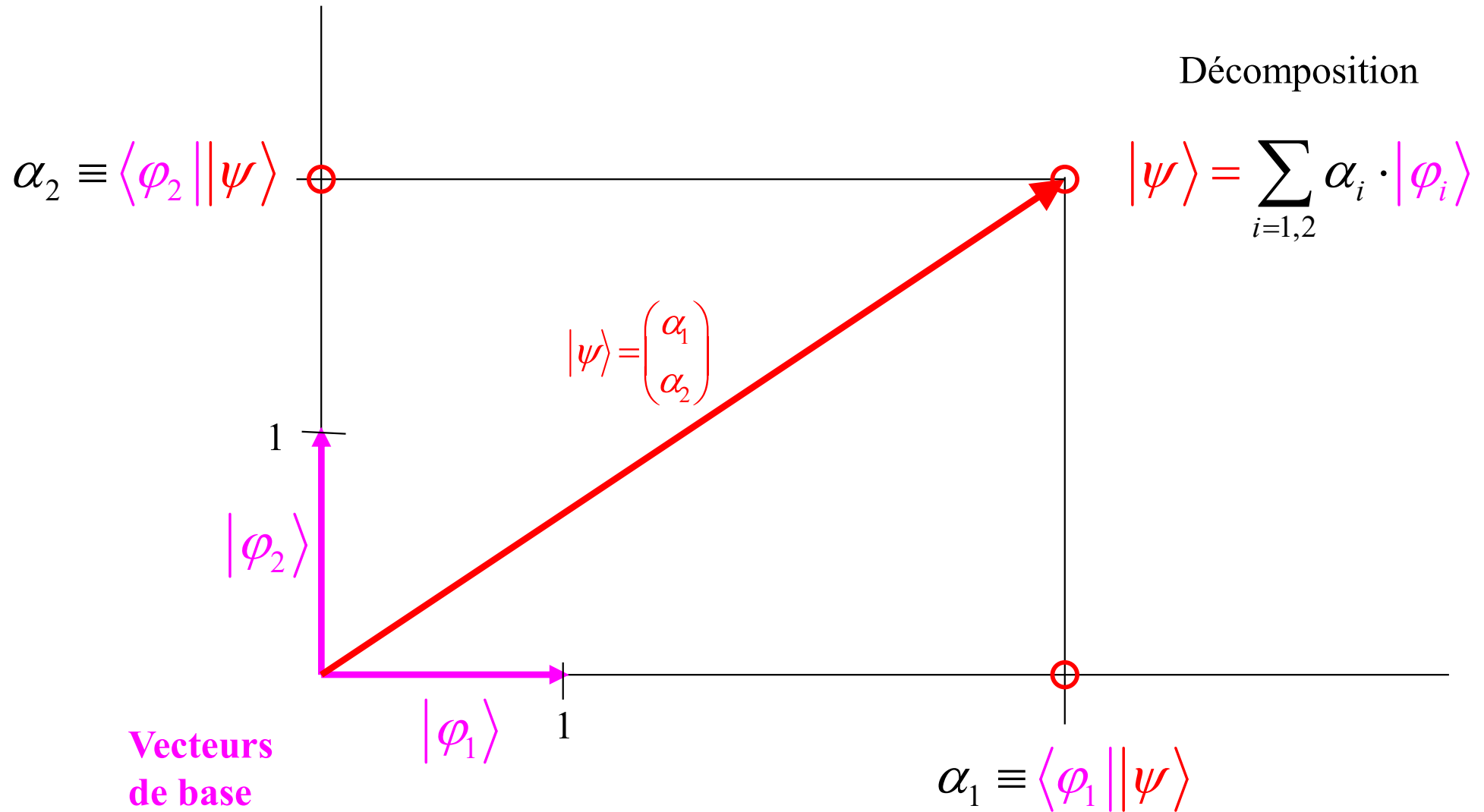
Equation d'onde de Maxwell:

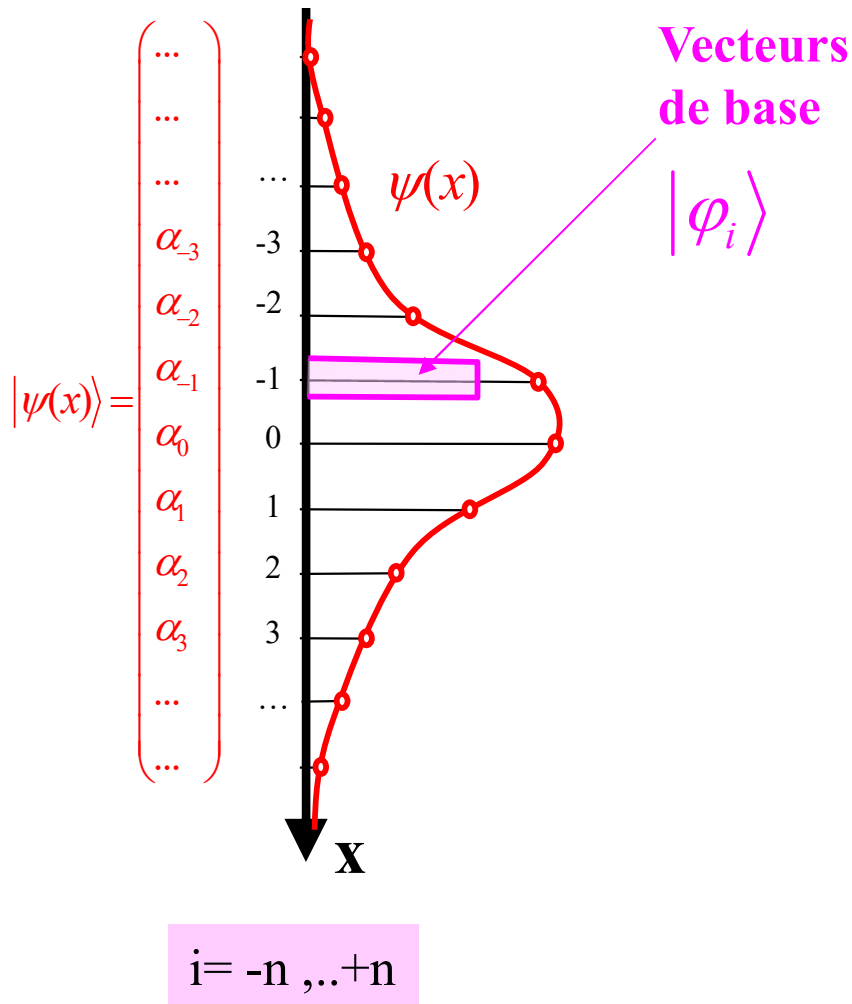
$$\frac{\partial^2}{\partial (ct)^2} \mu = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mu$$

Paramètres onde-particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Superpositions et Transformée de Fourier





Produit scalaire:

$$\alpha_i \equiv \langle \varphi_i | | \psi \rangle = \int \varphi_i^*(x) \cdot \psi(x) \cdot dx$$

Conjugué complexe

Décomposition

$$|\psi\rangle = \sum_{i=-n}^{+n} \alpha_i \cdot |\varphi_i\rangle$$

Propagation d'un signal optique
«paquet d'ondes gaussiennes»

et

incertitudes «minimales»

- 1) Déterminer les modes globaux normés du système et leurs fréquences ω_n (énergies E_n)**
- 2) Projeter le mode d'entrée (au temps $t=0$) sur ces modes globaux (produit scalaire entre le mode d'entrée et chaque mode global)**
- 3) Propager chaque mode global dans le temps $t>0$ avec sa fréquence propre ω_n**
- 4) Additionner (laisser interférer) tous les modes propres après leur propagation.**

Signal dans le vide: Modes globaux = modes de Fourier

Modes de Fourier:

$$|\varphi_n\rangle \cong e^{iK_n x}$$

Coefficients de Fourier:

$$\alpha_{K_n} \equiv \langle \varphi_n | | \psi \rangle \cong \int e^{-iK_n x} \cdot \psi(x) \cdot dx$$

Transformée
de Fourier

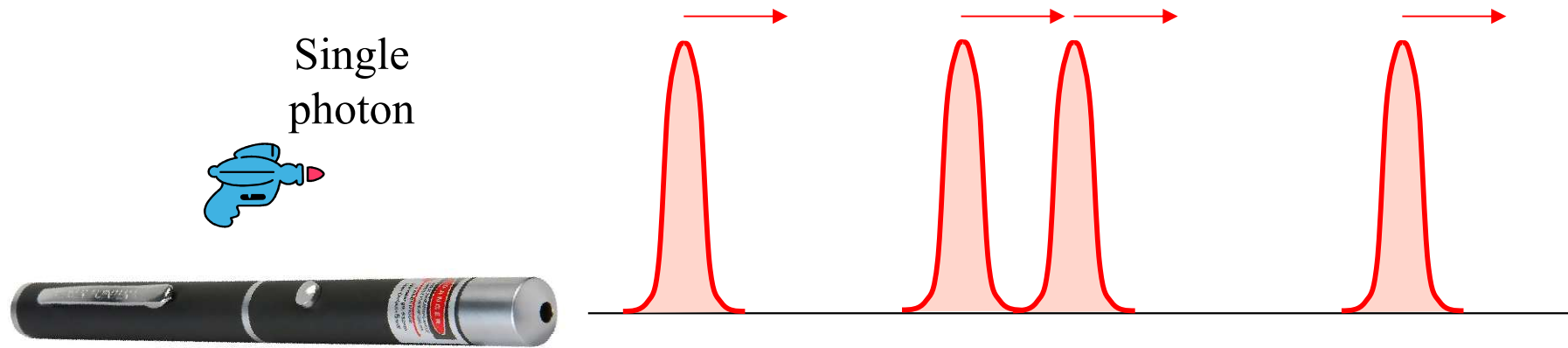


$$|\psi\rangle = \sum_n \alpha_{K_n} \cdot |\varphi_n\rangle$$

Transformée
de Fourier inverse

$$|\psi\rangle \cong \int_K \alpha_K \cdot e^{iKx} \cdot dK$$

Paquet d'ondes : «bit optique» dans le vide



λ_0

Porteuse

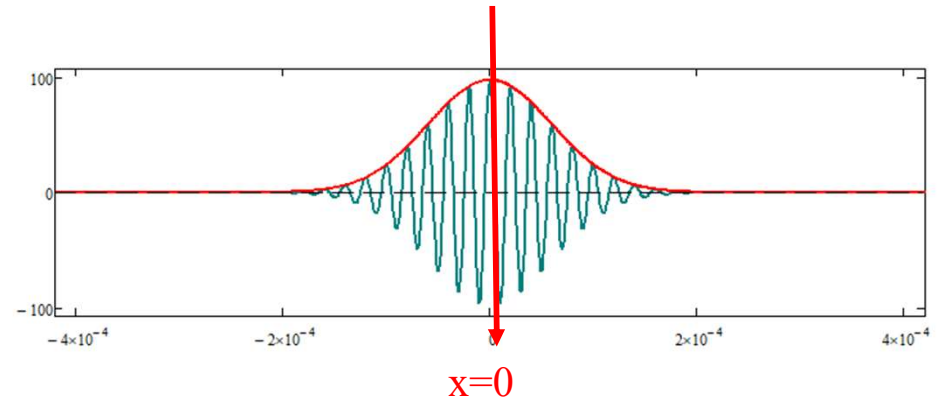
$$\lambda = 600 \text{ nm} \cdots (\text{rouge}) \Rightarrow \nu \cong 500 \text{ THz}$$

Amplitude en t=0

Enveloppe

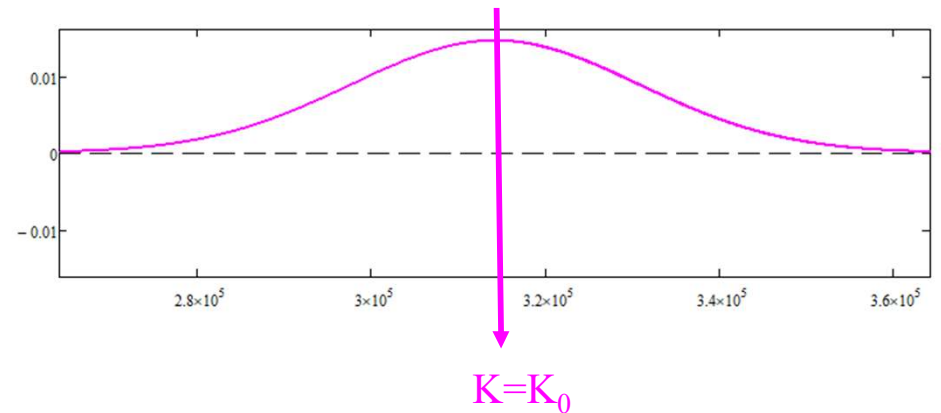
$$u_0(x, 0) = \left(\frac{1}{\pi \cdot \sigma^2} \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{iK_0x}$$

Porteuse



1-2) Transformée de Fourier en t=0

$$\alpha(K, 0) = \left(4\pi\sigma^2 \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{\sigma^2(K-K_0)^2}{2}}$$



Variance en x: $\sigma_x^2 = \sigma^2$

Variance en K: $\sigma_K^2 = 1 / \sigma^2$

3) Propagation dans l'espace de Fourier

$$\alpha(K, t) = \left(4\pi\sigma^2\right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{\sigma^2(K-K_0)^2}{2}} \cdot e^{-i\omega t} \quad \text{avec} \quad \omega = K \cdot c$$

Propagation

4) Retour dans l'espace x par transformée de Fourier inverse:

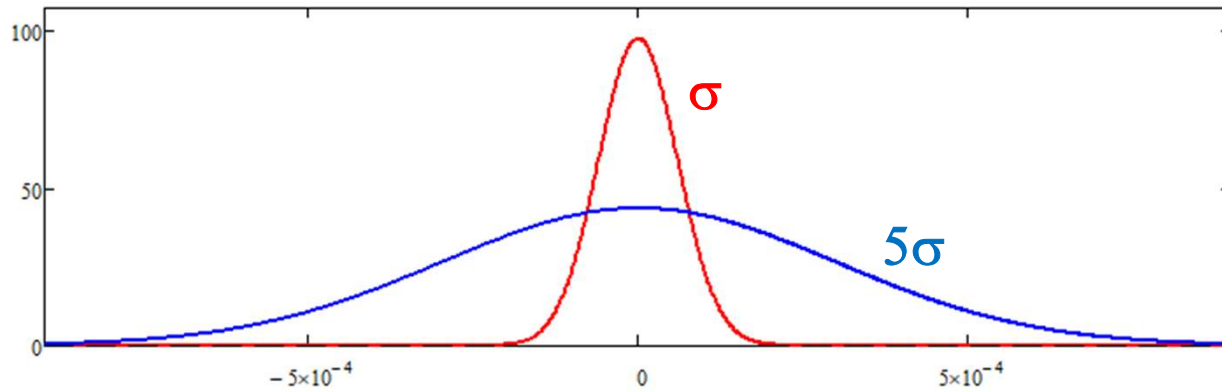
Vitesse de groupe = c

Vitesse de phase = c

$$u(x, t) = \left(\frac{1}{\pi \cdot \sigma^2}\right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{(x-ct)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{iK_0(x-ct)}$$

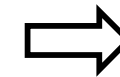
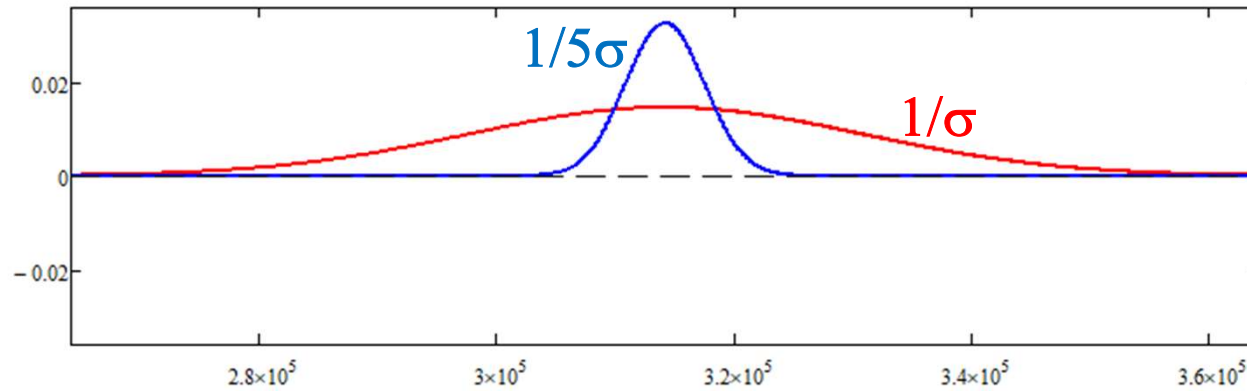
Variance en x:

$$\sigma_x^2 = \sigma^2$$



Variance en K:

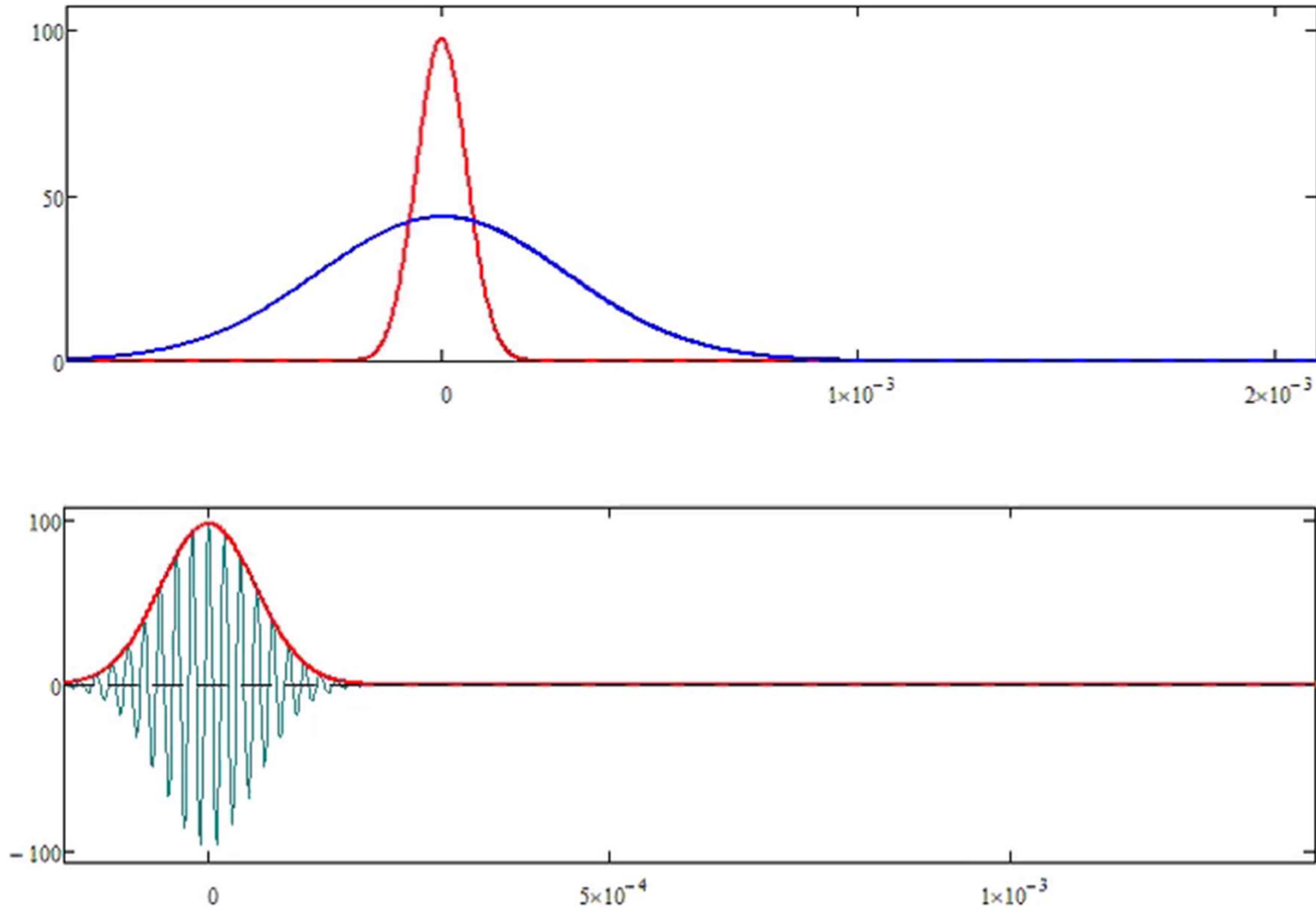
$$\sigma_K^2 = 1 / \sigma^2$$



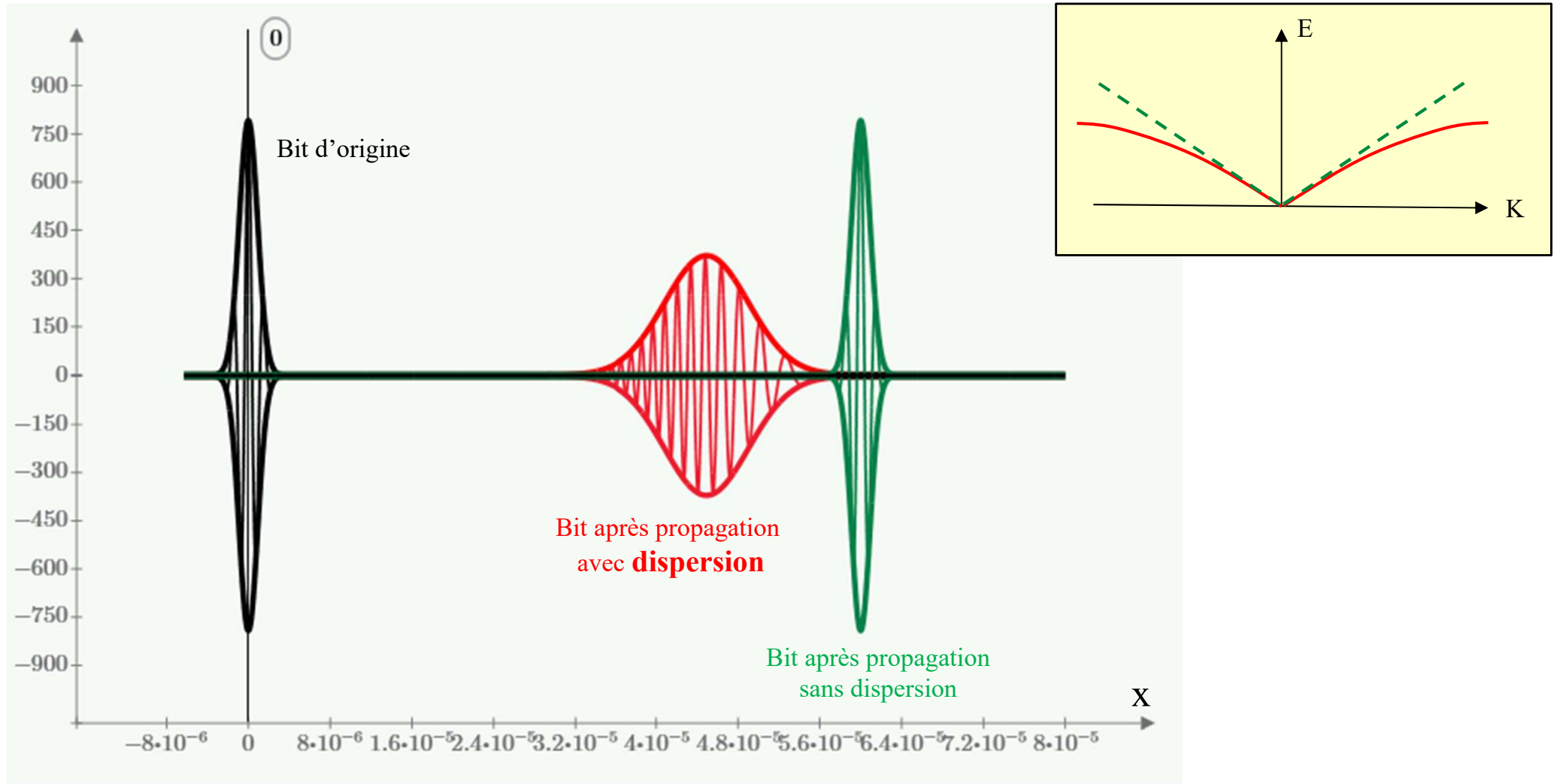
$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

Avec une gaussienne

Propagation du bit optique



Propagation du bit optique avec indice de réfraction



Dans cet exemple, les ondes avec un grand K vont moins vite, leur indice est plus grand

Rappel de math: Moyenne, variance et écart type

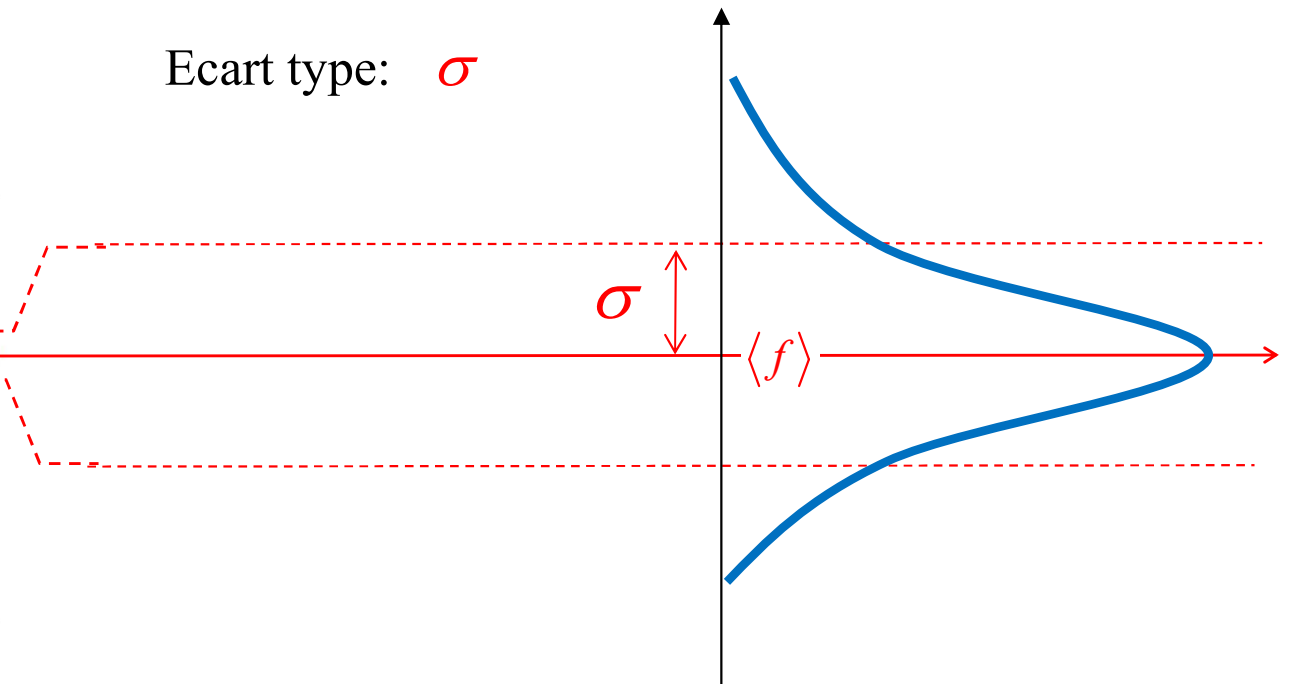
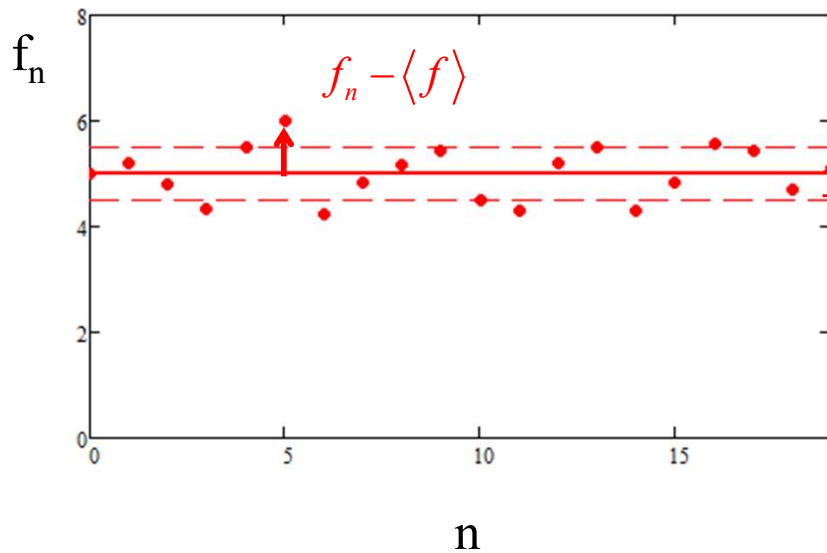
$$\langle f \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_n f_n$$

Variance: $\sigma^2 \equiv \langle E_n^2 \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_n (f_n - \langle f \rangle)^2$

$$= \langle (f_n - \langle f \rangle)^2 \rangle = \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2$$

Ecart: $E_n \equiv f_n - \langle f \rangle$

Ecart type: σ



Moyenne:

$$\langle x \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot x \cdot u(x) \cdot dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot u(x) \cdot dx}$$

$$\langle K \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot K \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}$$

Second moment:

$$\langle x^2 \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot x^2 \cdot u(x) \cdot dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot u(x) \cdot dx}$$

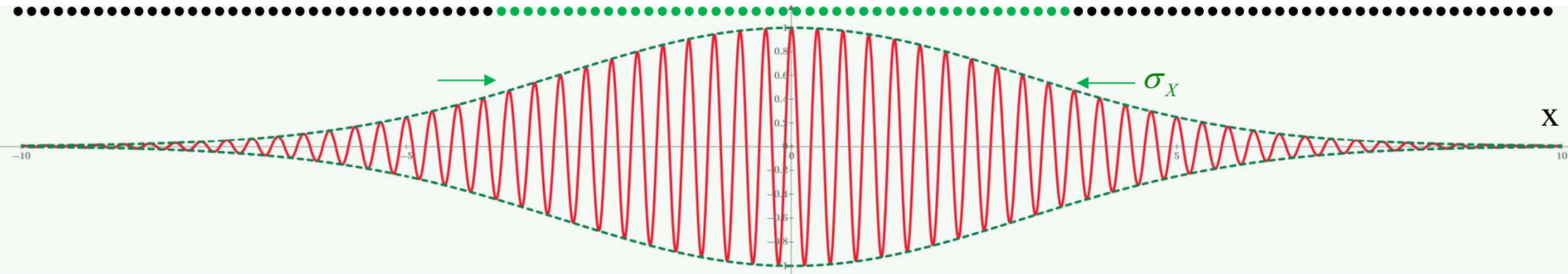
$$\langle K^2 \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot K^2 \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}$$

Variance:

$$\Delta x^2 \equiv \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

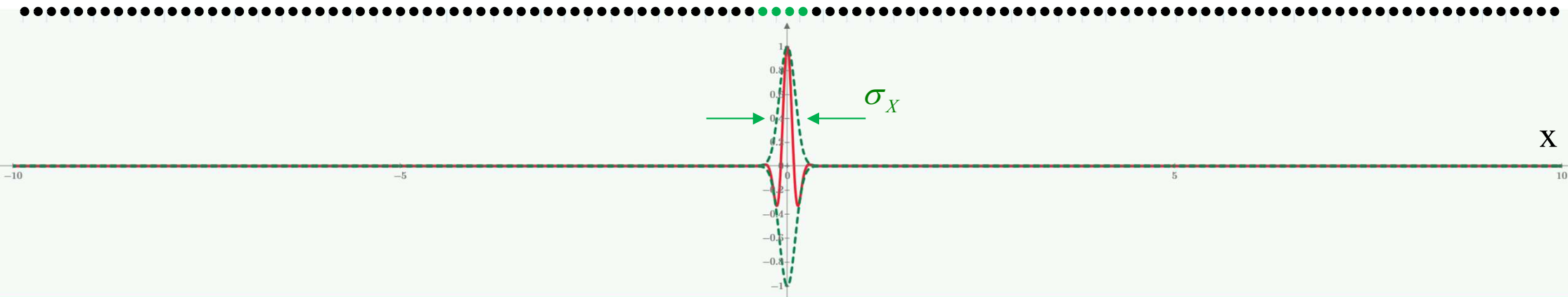
$$\Delta K^2 \equiv \langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2$$

Incertitudes de Fourier: explication heuristique

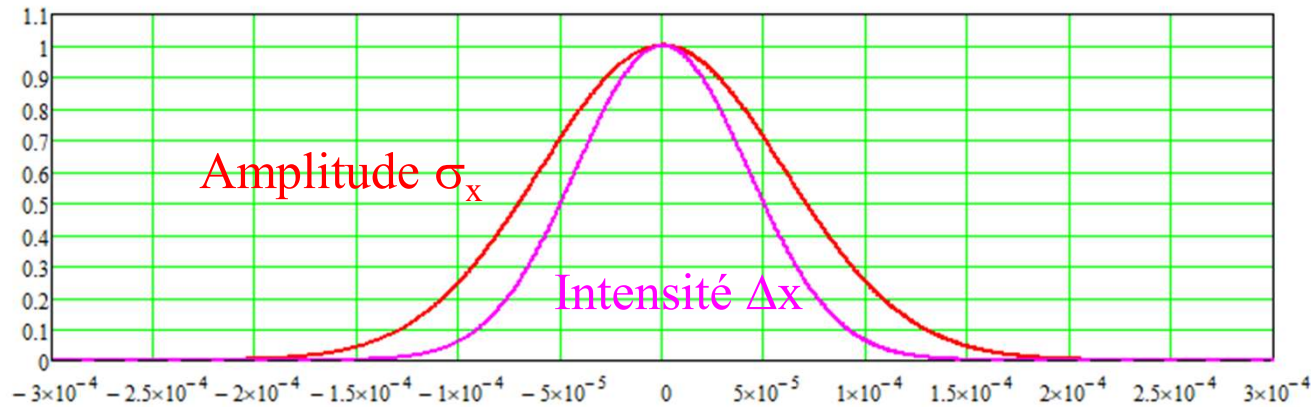


$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

Avec une gaussienne

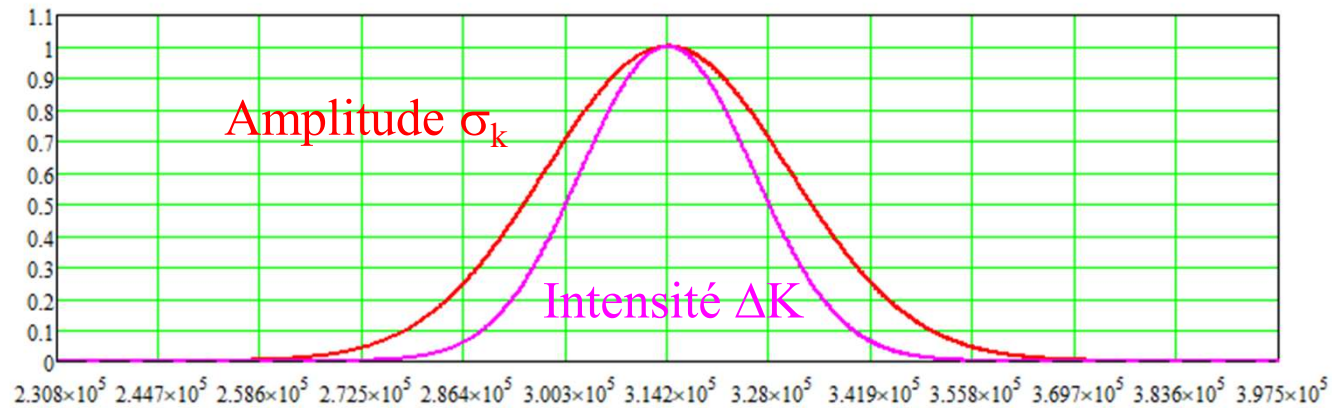


Espace X



$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

Espace K



$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

Relation d'incertitudes **sur les intensités !!**:

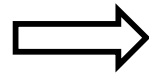
$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

Fonctions Gaussiennes

Fourier

$$\Delta t \cdot \Delta \omega = \frac{1}{2}$$

$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$



Heisenberg

$$\Delta t \cdot \Delta E = \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

Fonctions Gaussiennes

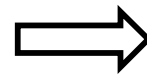


Relation d'incertitudes **sur les intensités !!**

Fourier

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$$

$$\Delta x \cdot \Delta K \geq \frac{1}{2}$$



Heisenberg

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$$

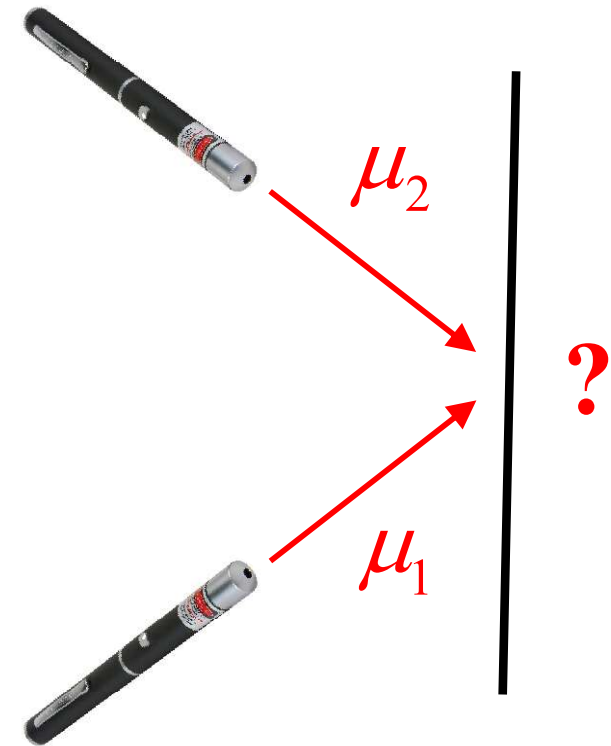
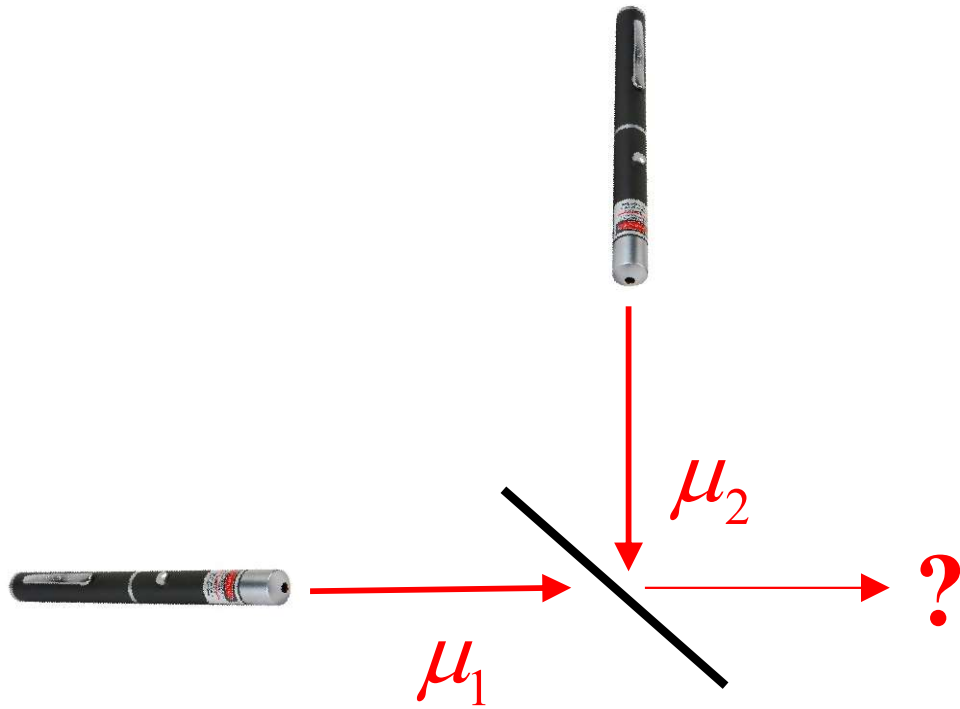
$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Cohérence

ou

incohérence des ondes

Mélange de deux ondes lumineuses



Amplitudes:

$$\mu_{tot} = \mu_1 + \mu_2 \quad \text{Cohérents}$$

Intensité:

Interférences

$$I_{tot} = |\mu_{tot}|^2 = |\mu_1 + \mu_2|^2 = |\mu_1|^2 + |\mu_2|^2 + 2|\mu_1||\mu_2|\cos(\Delta\varphi)$$

Incohérents

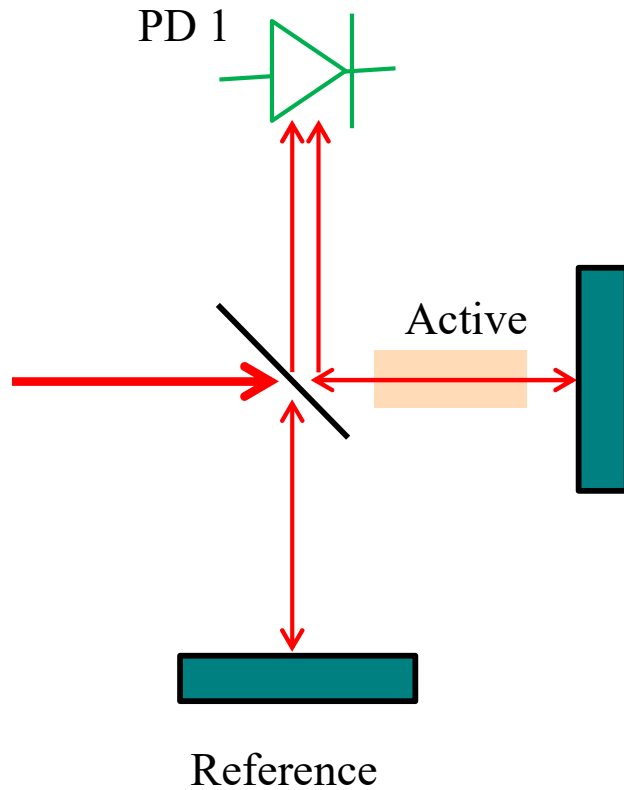
Intensité:

Sans interférences

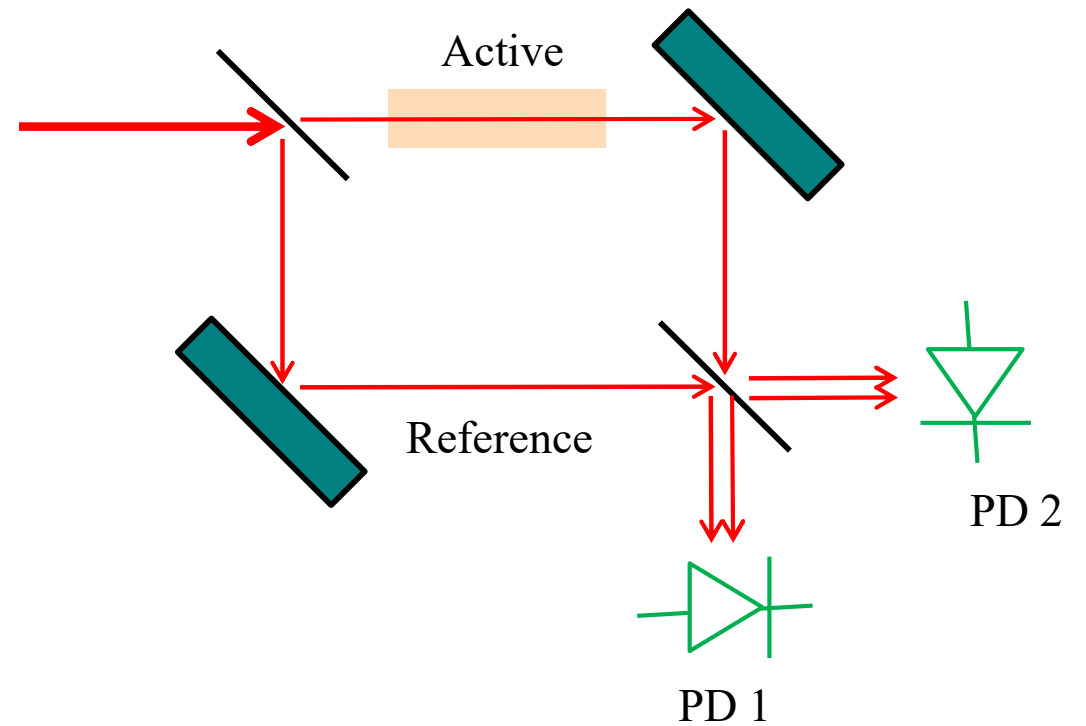
$$I_{tot} = |\mu_{tot}|^2 = |\mu_1 + \mu_2|^2 = |\mu_1|^2 + |\mu_2|^2 = I_1 + I_2$$

Very long coherence length

Michelson

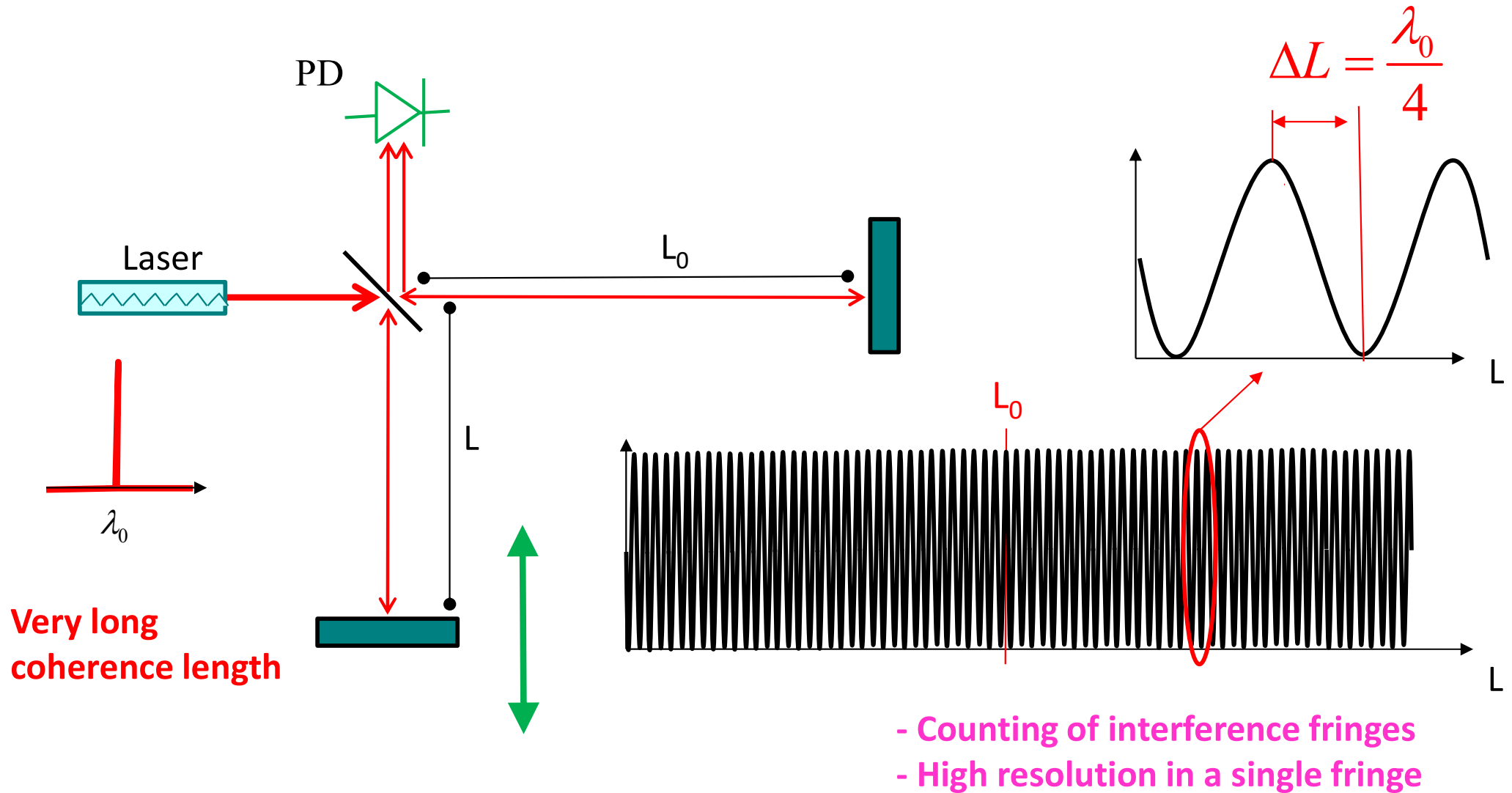


Mach-Zehnder

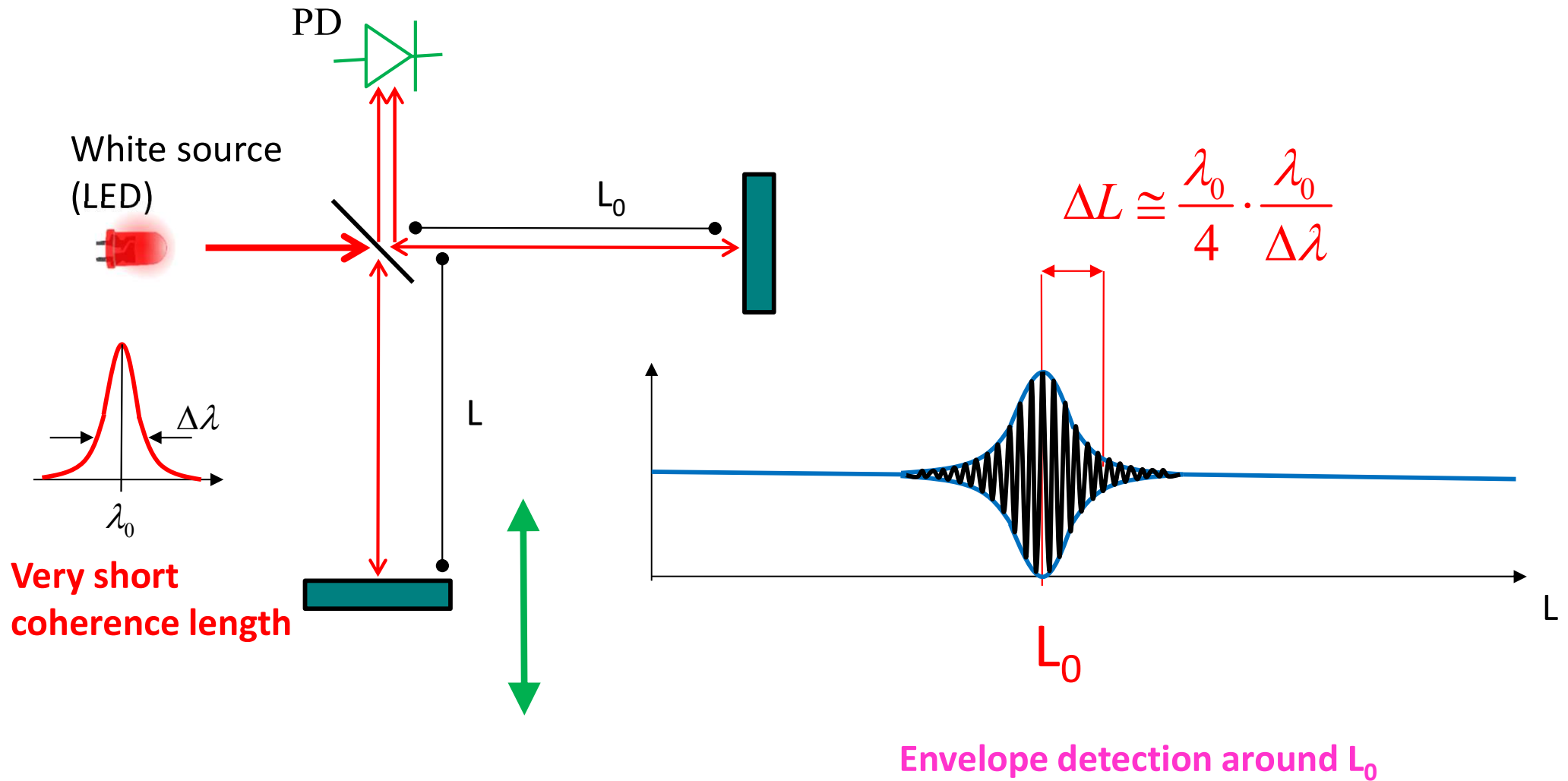


“Homodyne”

Michelson interferometer



Optical Coherence Tomography (OCT)



Temps de cohérence:

Temps nécessaire pour «perdre» la relation de phase entre les deux ondes lumineuses qui interfèrent

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{c \cdot \Delta\lambda}$$

Longueur de cohérence:

Distance parcourue par la lumière durant le temps de cohérence

$$L_c = c \cdot \tau_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Exercice 1.1: optical tweezer

Estimez l'intensité optique minimale permettant de soulever la bille.

Diamètre

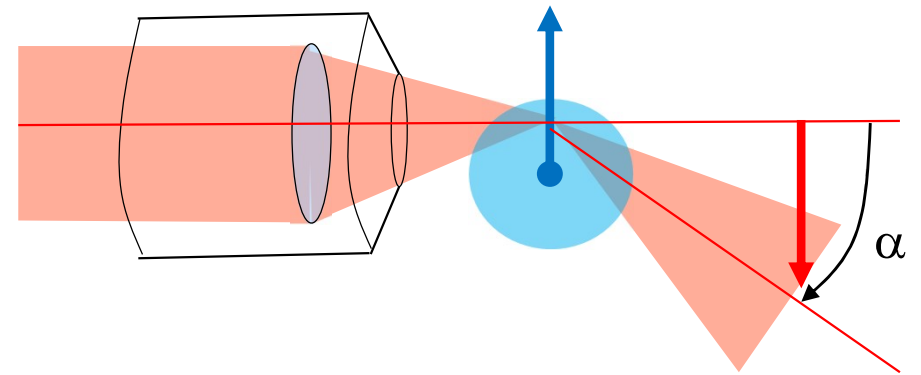
$D=2.5\mu\text{m}$

Densité

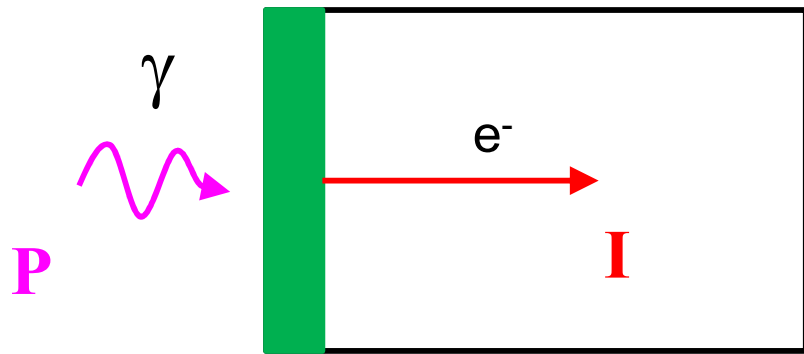
$\rho=10^3 \text{ Kg/m}^3$

Angle de déflexion

$\alpha=10^\circ$



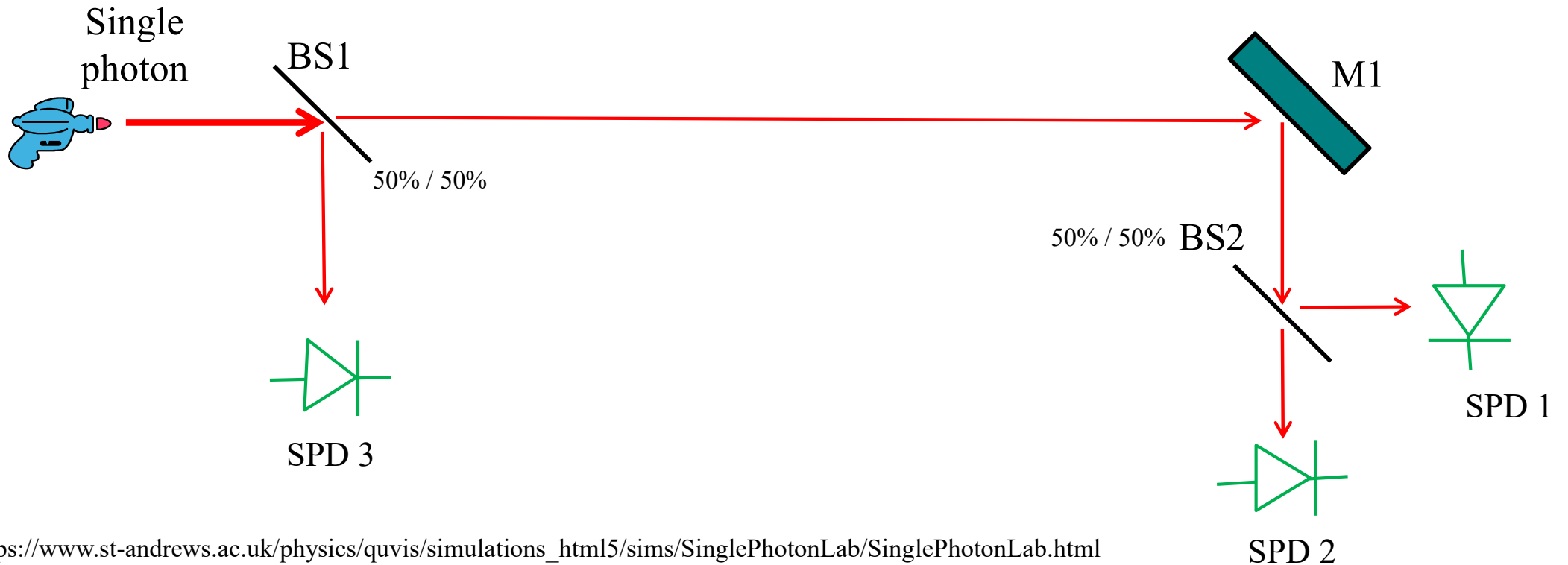
Exercice 1.2: PMT et photo-émission



On envoie $P=1$ mW de lumière sur une plaque de métal (fonction d'extraction $\phi_m=1.35$ eV). Seulement 25% des photons sont convertis en électrons si leur énergie est suffisante.

Calculez le courant I récolté en fonction de la longueur d'onde de la lumière.

Exercice 1.3: Beam splitter: Single photon



Avec une émission d'un seul photon à la fois, quelle est la probabilité :

- de déclencher SPD3
- de déclencher à la fois SPD1 et SPD2
- de déclencher SPD1 uniquement
- de déclencher SPD2 uniquement

Exercice 1.4: Mach Zehnder interferometer: Single photon



Avec un interféromètre totalement symétrique et l'émission d'un seul photon à la fois, quelle est la probabilité:

- de déclencher à la fois SPD1 et SPD2
- de déclencher SPD1 uniquement
- de déclencher SPD2 uniquement